www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

تشریح مسائل

سینماتیک و دینامیک ماشینها

«مارتین»

تألیف:

محمدرسول نجفی

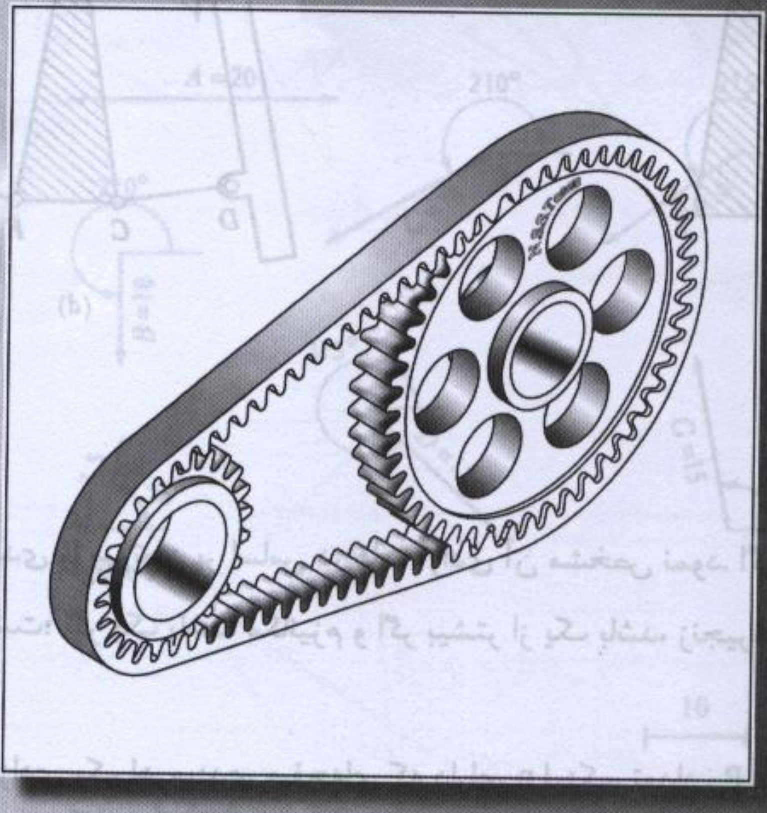
محمدحسن صدفی

سعید صفار

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

فصل اول

مفاهیم اساسی



www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

۱-۱) نوع هر یک از اهرم‌بندیها را در شکل P1-1 تعیین کنید که آیا یک مکانیزم، یک زنجیرهٔ سینماتیکی غیر مقید و یا یک سازه است؟

(توجه: مستطیل کوچک در نقطه C از شکل a نشانگر آن است که BC و CD دو لینک مجزا که در C به هم پین شده باشند، نیستند و عضو BD یک لینک پیوسته است.)

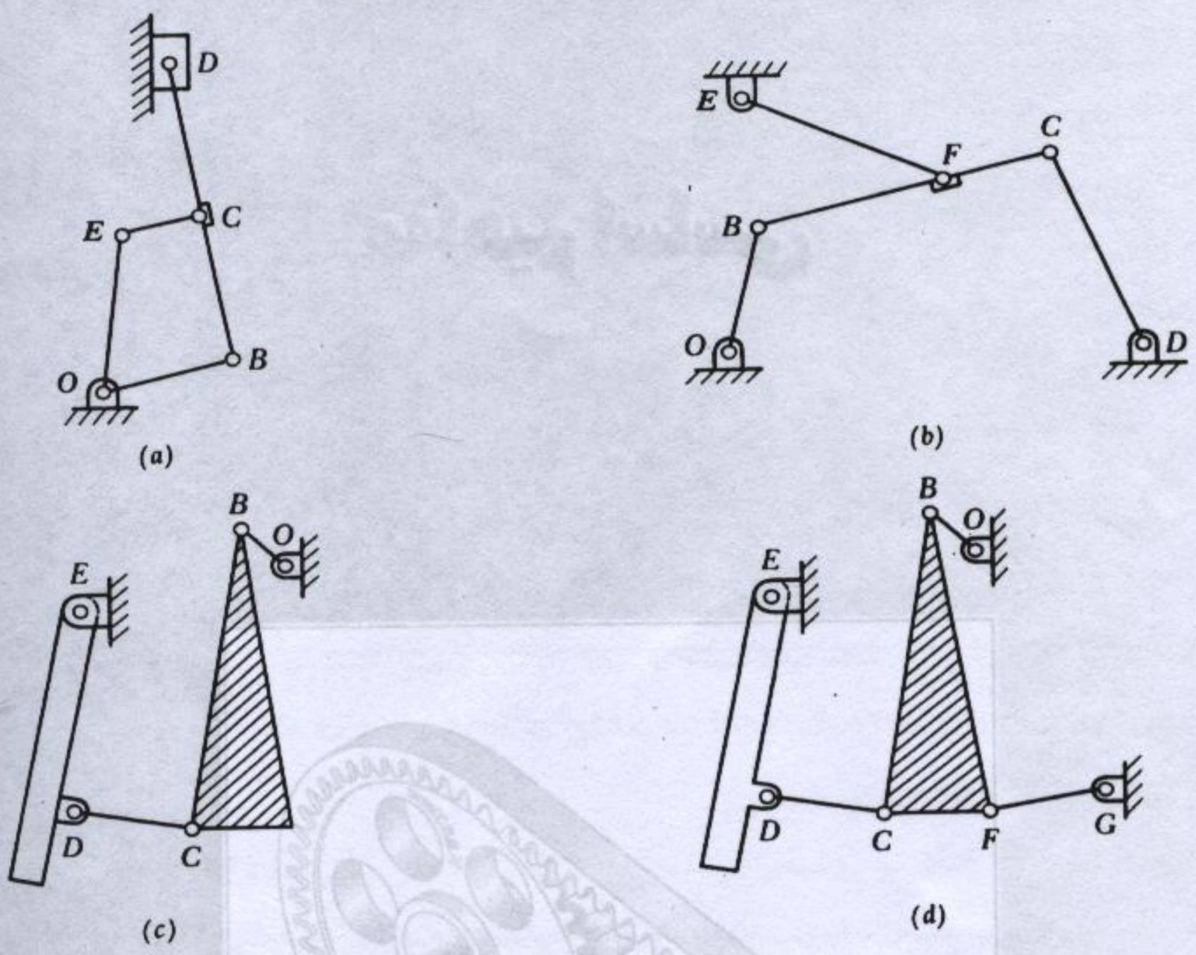


Figure P1-1

حل:

نوع یک اهرم‌بندی را می‌توان بر اساس درجات آزادی آن مشخص نمود. اگر درجهٔ آزادی صفر باشد، اهرم‌بندی یک سازه است؛ اگر یک باشد، مکانیزم و اگر بیشتر از یک باشد، زنجیرهٔ سینماتیکی غیر مقید است.

تعداد درجات آزادی یک اهرم‌بندی صفحه‌ای که دارای n لینک، تعداد P_1 مفصل یک درجه آزادی و تعداد P_2 مفصل دو درجه آزادی می‌باشد، بر اساس معیار کوتزباخ به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$DOF = 3(n-1) - 2P_1 - P_2$$

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

برای اهرم‌بندی‌های مسئله داریم:

الف) مکانیزم $DOF = 3(6-1) - 2(7) - (0) = 1$

ب) سازه $DOF = 3(5-1) - 2(6) - (0) = 0$

ج) زنجیرهٔ سینماتیکی غیر مقید $DOF = 3(5-1) - 2(5) - (0) = 2$

د) مکانیزم $DOF = 3(6-1) - 2(7) - (0) = 1$

۱-۲) بردارهای شکل P1-2 را در نظر بگیرید. با استفاده از مقیاس (واحد 10 = 1 cm) بردارهای زیر را رسم کنید.

الف) $\vec{H} = \vec{A} + \vec{B}$

ب) $\vec{I} = \vec{A} - \vec{B}$

ج) $\vec{J} = \vec{A} - \vec{C} + \vec{B} - \vec{E}$

د) $\vec{K} = \vec{G} - \vec{F} + \vec{D} - \vec{C} + \vec{B}$

ه) $\vec{L} = -\vec{D} + \vec{E} - \vec{F} - \vec{G}$

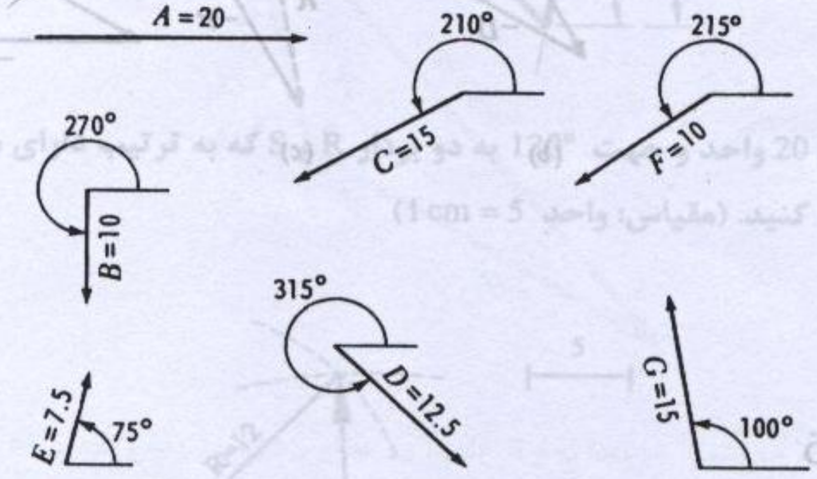
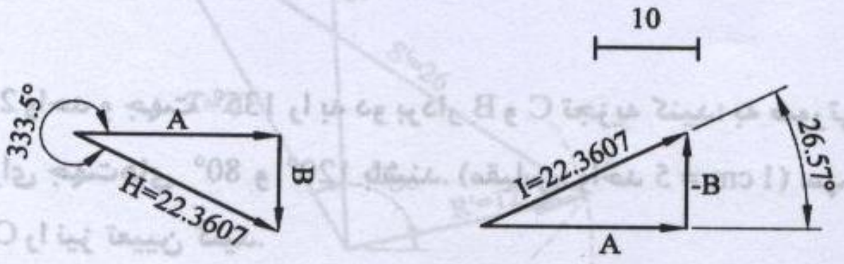
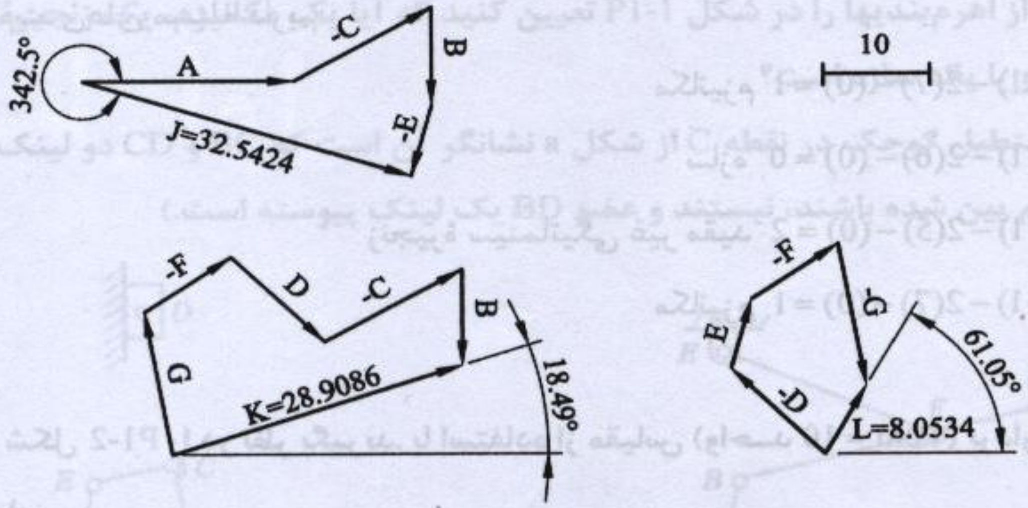


Figure P1-2

حل:





۱-۳) برای هر یک از چندضلعی‌های برداری شکل P1-3 ، معادلهٔ برداری را که بردار برآیند R را بدست می‌دهد، مشخص کنید.

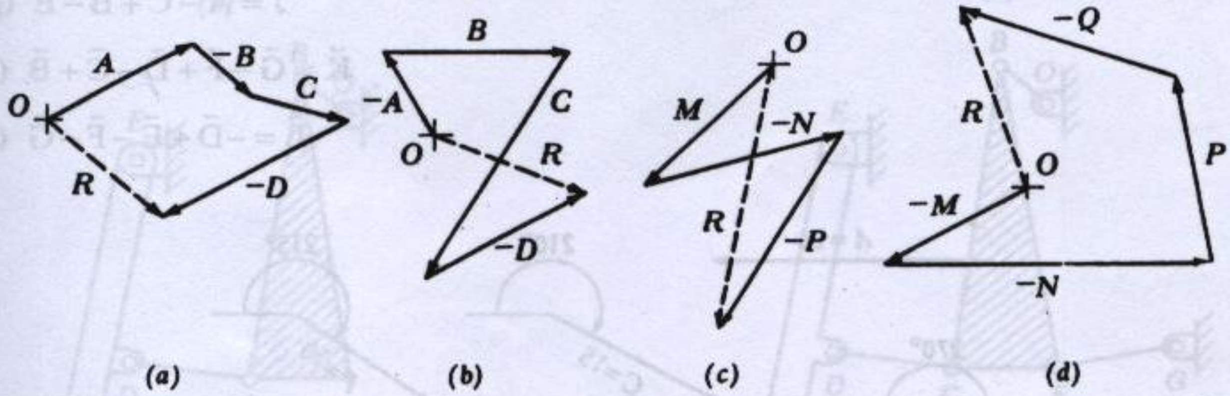


Figure P1-3

حل:

الف) $\vec{R}=\vec{A}-\vec{B}+\vec{C}-\vec{D}$

ب) $\vec{R}=-\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}-\vec{D}$

ج) $\vec{R}=\vec{M}-\vec{N}-\vec{P}$

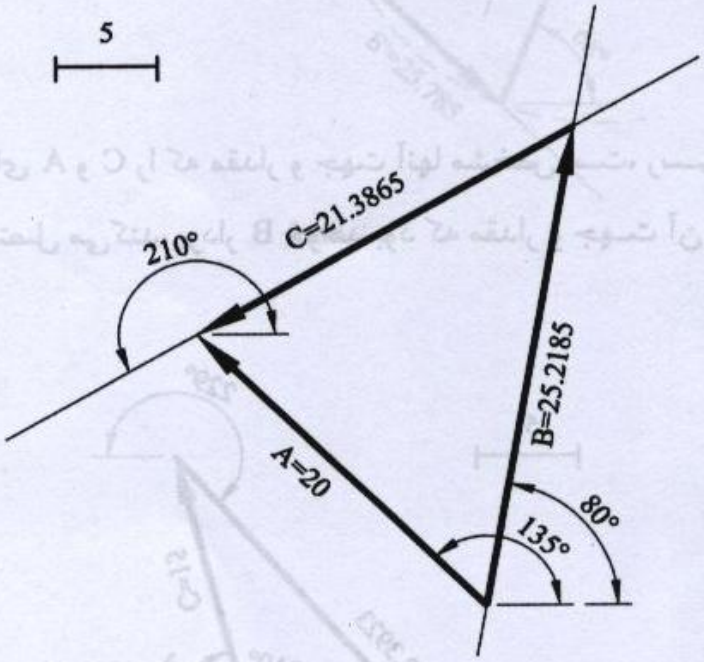
د) $\vec{R}=-\vec{M}-\vec{N}+\vec{P}-\vec{Q}$

۱-۴) بردار A با مقدار 20 واحد و جهت 135° را به دو بردار B و C تجزیه کنید؛ به صورتی که بردارهای B و C به ترتیب دارای جهت‌های 80° و 120° باشند. (مقیاس: واحد 5 = 1 cm) سپس مقدار هر یک از بردارهای B و C را نیز تعیین کنید.

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

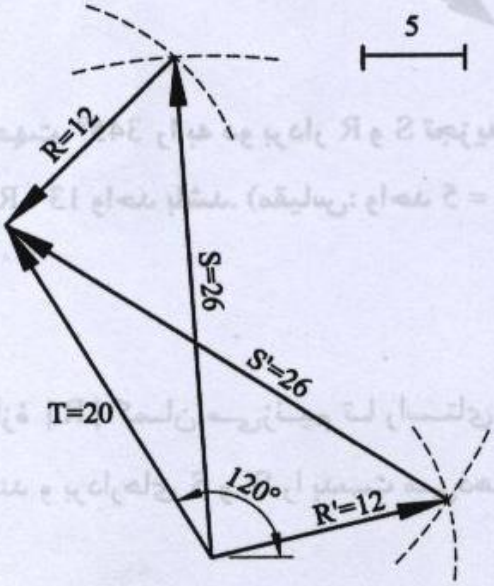
حل:

بردار A را که مقدار و جهت آن معلوم است، رسم می‌کنیم. از ابتدای آن خطی که نشان‌دهندهٔ راستای بردار B است، با زاویهٔ مربوط به آن رسم می‌کنیم. سپس از انتهای A خط نشان‌دهندهٔ راستای بردار C با زاویهٔ مربوطه را رسم می‌کنیم تا خط قبلی را قطع کند. دو ضلع بدست آمده، بردارهای B و C را تشکیل می‌دهند که با اندازه‌گیری مقادیر آنها تعیین می‌شود.



۱–۵) بردار T با مقدار 20 واحد و جهت 120° به دو بردار R و S که به ترتیب دارای مقادیر 12 و 26 واحد هستند، تجزیه کنید. (مقیاس: واحد 5 = 1 cm)

حل:



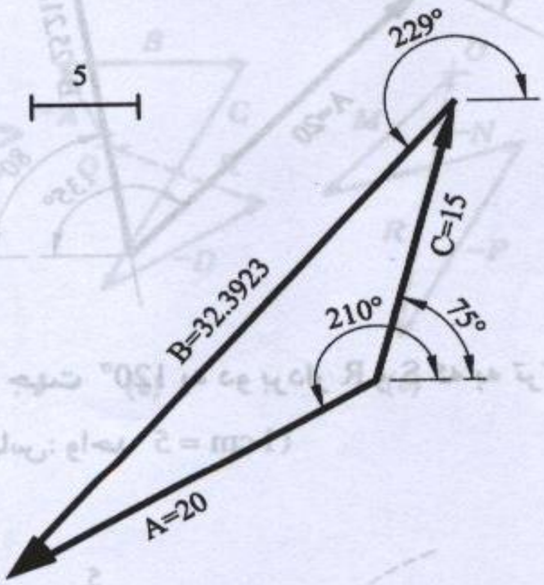
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

از ابتدا و انتهای بردار T دو کمان به شعاعهای معلوم |R| و |S| می‌زنیم. نقاط تقاطع کمانها را به ابتدا و انتهای T وصل می‌کنیم. (واضح است که مسئله دو جواب دارد.)

۱-۶) بردار A با مقدار 20 واحد و جهت 210° را به دو بردار B و C تجزیه کنید؛ به طوری که بردار C دارای مقدار 15 و جهت 75° باشد. (مقیاس: واحد 5 = 1 cm) اندازه و جهت بردار B را تعیین نمایید.

حل:

از یک نقطه بردارهای A و C را که مقدار و جهت آنها مشخص است، رسم می‌کنیم. برداری که انتهای C را به انتهای A متصل می‌کند، بردار B خواهد بود که مقدار و جهت آن روی شکل اندازه‌گیری شده است.

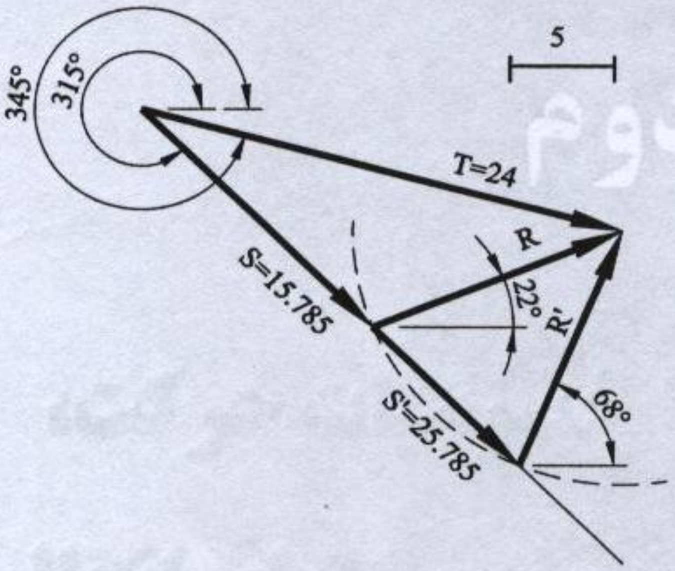


۱-۷) بردار T با مقدار 24 واحد و جهت 345° را به دو بردار R و S تجزیه کنید؛ به نحوی که بردار S دارای جهت 315° و مقدار بردار R، 13 واحد باشد. (مقیاس: واحد 5 = 1 cm) روی شکل مقدار بردار S را نشان دهید.

حل:

از انتهای بردار T به اندازهٔ |R| کمان می‌زنیم تا راستای بردار S را قطع کند. دو نقطهٔ تقاطع بدست آمده قابل قبول هستند و بردارهای S و S′ را بدست می‌دهند که روی شکل اندازه‌گیری شده‌اند.

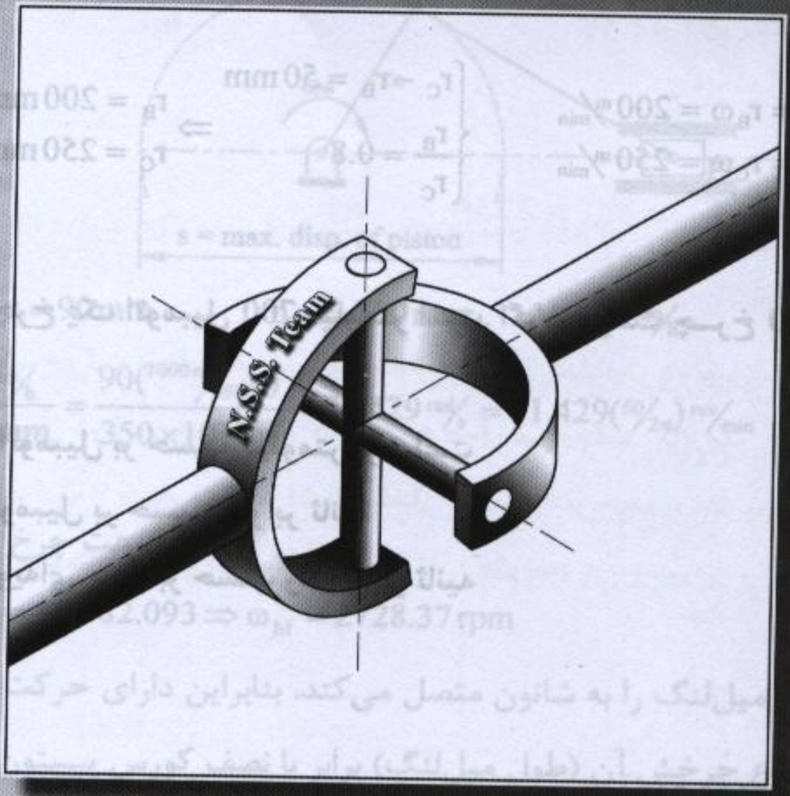
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

فصل دوم

خصوصیات حرکت،
حرکت نسبی، روشهای انتقال حرکت



www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

۲-۱) یک استوانه فولادی با قطر 150 mm در دستگاه تراش، تراشکاری می‌شود. اگر سرعت برش 30 متر بر دقیقه باشد، سرعت دوران را بر حسب دور بر دقیقه بدست آورید.

حل:

$d = 150\ mm \qquad V = 30\ {}^{m}/_{min}$

$R = \frac{d}{2} = 75\ mm$

$V = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{V}{R}$

$\omega = \frac{30\ {}^{m}/_{min}}{75 \times 10^{-3}\ m} = 400\ {}^{rad}/_{min}$

$\omega = 400\ {}^{rad}/_{min} \times {}^{rev}/_{2\pi\, rad} \Rightarrow \omega = 63.662\ rpm$

۲-۲) دو نقطهٔ B و C روی یک خط شعاعی بر روی یک دیسک دوار قرار دارند. فاصلهٔ آنها از هم 50 میلیمتر، $V_B = 200\ {}^{m}/_{min}$ و $V_C = 250\ {}^{m}/_{min}$ می‌باشد. شعاع دوران هر یک از نقاط را بیابید.

حل:

$V_B = 200\ {}^{m}/_{min} \qquad V_C = 250\ {}^{m}/_{min}$

$\begin{cases} V_B = r_B\omega = 200\ {}^{m}/_{min} \\ V_C = r_C\omega = 250\ {}^{m}/_{min} \end{cases} \qquad \begin{cases} r_C - r_B = 50\,mm \\ \frac{r_B}{r_C} = 0.8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} r_B = 200\,mm \\ r_C = 250\,mm \end{matrix}$

۲-۳) قطر خارجی چرخ یک اتومبیل 700 میلیمتر است. اگر سرعت چرخ 700 دور در دقیقه باشد، مطلوبست:

الف) سرعت اتومبیل بر حسب کیلومتر بر ساعت

ب) سرعت اتومبیل بر حسب متر بر ثانیه

ج) سرعت زاویه‌ای چرخ بر حسب رادیان بر ثانیه

حل:

$d = 700\,mm$

$\omega = 700\ {}^{rev}/_{min} \times {}^{2\pi\, rad}/_{rev} = 4398.23\ {}^{rad}/_{min}$

$V = R\omega = (350 \times 10^{-3}\ m)(4398.23) = 1539.4\ {}^{m}/_{min}$

الف) $V = 1539.4({}^{m}/_{min}) \times {}^{1km}/_{1000m} \times {}^{60min}/_{1h} \Rightarrow V = 92.36\ {}^{km}/_{h}$

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

ب) $V = 92.36(\text{km}/\text{h}) \times {}^{1\text{h}}/_{3600\text{s}} \times {}^{1000\text{m}}/_{1\text{km}} \Rightarrow V = 25.66\,\text{m}/\text{s}$

ج) $\omega = 4398.23(\text{rad}/\text{min}) \times {}^{1\text{min}}/_{60\text{s}} \Rightarrow \omega = 73.3\,\text{rad}/\text{s}$

۲-۴) موتور یک اتومبیل دارای سیلندر با قطر 100 میلیمتر و طول کورس پیستون برابر با 90 میلیمتر می‌باشد. اتومبیل با سرعت 90 کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند و قطر خارجی چرخ‌ها برابر 700 میلیمتر می‌باشد. اگر تعداد دور موتور 4 برابر تعداد دور چرخها باشد، مطلوبست:

الف) دور چرخها بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

ب) دور موتور بر حسب دور بر دقیقه (rpm)

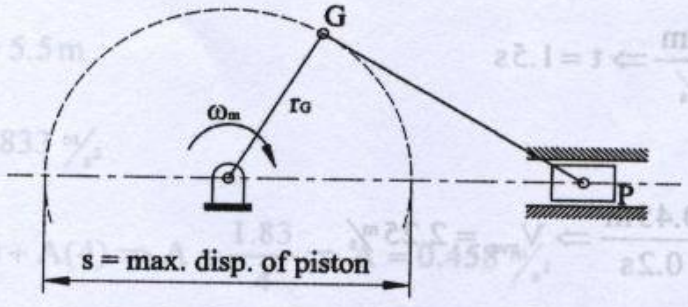
ج) سرعت گژن‌پین بر حسب متر بر دقیقه

د) سرعت زاویه‌ای لنگ بر حسب رادیان بر دقیقه

ه) سرعت متوسط پیستون بر حسب متر بر دقیقه

و) مسافتی که پیستون طی می‌کند، اگر اتومبیل 1.5 کیلومتر بپیماید.

حل:



$d_C = 100\,\text{mm} \qquad s = 90\,\text{mm} \qquad d_W = 700\,\text{mm} \qquad V = 90\,\text{km}/\text{h}$

الف) $\omega_W = \dfrac{V}{\dfrac{d_W}{2}} = \dfrac{90\,\text{km}/\text{h}}{350\,\text{mm}} = \dfrac{90({}^{1000\text{m}}/_{3600\text{s}})}{350\times10^{-3}\,\text{m}} = 71.429\,\text{rad}/\text{s} = 71.429({}^{60}/_{2\pi})\,\text{rev}/\text{min}$

$\omega_W = 682.09\,\text{rpm}$ سرعت چرخ

ب) $\omega_M = 4\omega_W \Rightarrow \omega_M = 4\times682.093 \Rightarrow \omega_M = 2728.37\,\text{rpm}$

ج) گژن‌پین، انتهای میل‌لنگ را به شاتون متصل می‌کند. بنابراین دارای حرکت دایره‌ای با سرعت زاویه‌ای موتور می‌باشد. شعاع چرخش آن (طول میل‌لنگ) برابر با نصف کورس پیستون می‌باشد.

$r_G = \dfrac{s}{2} = 45\,\text{mm}$

$V_G = r_G\omega_G \Rightarrow V_G = 771.4\,\text{m}/\text{min}$

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

د) $\omega_M = 2728.37\ {}^{rev}/_{min} \times {}^{2\pi rad}/_{rev} \Rightarrow \omega_M = 17142.9\ {}^{rad}/_{min}$

ه) $T = \frac{2\pi}{\omega_M} = 0.022s$ زمان یک دور موتور (طی شدن دو برابر کورس)

$V_{ave} = \frac{2s}{T} \Rightarrow V_{ave} = 491.1\ {}^{m}/_{min}$

و) $t = \frac{1.5km}{V} \Rightarrow t = 60s$ (1.5km زمان طی) $\quad \Delta x = V_{ave}t \Rightarrow \Delta x = 491.1m$

۲-۵) **جسمی با سرعت ثابت $0.3\ {}^{m}/_{s}$ مسافت 450 میلیمتر را طی می‌کند.**

الف) زمان لازم این حرکت چند ثانیه است؟

ب) اگر این جسم همان مسافت 450 میلیمتر را در مدت 0.2 ثانیه با سرعت متغیر طی می‌نمود، سرعت متوسط آن را بر حسب متر بر ثانیه بیابید.

حل:

$s = 450mm,\ V = 0.3\ {}^{m}/_{s}$

الف) $s = Vt \Rightarrow t = \frac{s}{V} = \frac{450mm}{0.3\ {}^{m}/_{s}} \Rightarrow t = 1.5s$

ب) $s = 450mm,\ t = 0.2s$

$s = V_{ave}t \Rightarrow V_{ave} = \frac{s}{t} = \frac{0.45m}{0.2s} \Rightarrow V_{ave} = 2.25\ {}^{m}/_{s}$

۲-۶) **اتومبیلی در یک حرکت شتاب‌دار سرعت خود را از 30 کیلومتر در ساعت به 90 کیلومتر در ساعت می‌رساند. اتومبیل در این حرکت که 5 ثانیه به طول می‌انجامد، 90 متر جابجا می‌شود.**

الف) اگر این حرکت با شتاب ثابت باشد، مقدار شتاب را بر حسب متر بر مجذور ثانیه بیابید.

ب) اگر حرکت با شتاب ثابت نباشد، مقدار شتاب متوسط بر حسب متر بر مجذور ثانیه چقدر است؟

حل:

$s = 90m,\quad t = 5s,\quad V_o = 30\ {}^{km}/_{h},\quad V = 90\ {}^{km}/_{h}$

الف) $V_o = 30\ {}^{km}/_{h} \times {}^{1000m}/_{1km} \times {}^{1h}/_{3600s} = 8.33\ {}^{m}/_{s}$

$V = 90\ {}^{km}/_{h} \times {}^{1000m}/_{1km} \times {}^{1h}/_{3600s} = 25\ {}^{m}/_{s}$

$$A=\frac{V-V_o}{t}=\frac{25-8.33}{5}\Rightarrow A=3.333\ {}^{m}\!/\!{}_{s^2}$$

ب) می‌دانیم که متوسط شتاب در بازه $(t_1\ ,t_2)$ عبارت است از $A_{ave}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}A(t)dt}{t_2-t_1}$ از طرفی:

$$dV=Adt\Rightarrow\int_{V_1}^{V_2}dV=\int_{t_1}^{t_2}A(t)dt\Rightarrow V_2-V_1=A_{ave}(t_2-t_1)$$

$$\Rightarrow A_{ave}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}=\frac{V-V_o}{t}=3.333\ {}^{m}\!/\!{}_{s^2}$$

۲-۷) ذره‌ای از حال سکون با شتاب ثابت به راه می‌افتد و پس از 4 ثانیه به سرعتی می‌رسد که می‌تواند با این مقدار سرعت ثابت، مسافت 5.5 متر را در مدت 3 ثانیه بپیماید. مقدار شتاب را در 4 ثانیه اول و سرعت را در انتهای آن (پایان 4 ثانیه) بیابید.

حل:

$V_o=0,\quad A=cte,\quad t=4s$

$V=cte,\quad t=3s,\quad s=5.5m$

$$V=\frac{s}{t}=\frac{5.5m}{3s}\Rightarrow V=1.833\ {}^{m}\!/\!{}_{s^2}$$

$$V=V_o+At\Rightarrow 1.83=0+A(4)\Rightarrow A=\frac{1.83}{4}\Rightarrow A=0.458\ {}^{m}\!/\!{}_{s^2}$$

۲-۸) موتور از حال سکون، شتاب می‌گیرد و در مدت 5 ثانیه به سرعت 2000 دور در دقیقه می‌رسد. با فرض ثابت بودن شتاب زاویه‌ای،

الف) مقدار شتاب زاویه‌ای میل‌لنگ را بر حسب رادیان بر مجذور ثانیه بیابید.

ب) میل‌لنگ تا رسیدن به سرعت مذکور چند دور چرخیده است؟

حل:

$t=5s,\quad \omega_o=0,\quad \omega=2000\ {}^{rev}\!/\!{}_{min},\quad \alpha=cte$

الف)

$$\omega=2000\ {}^{rev}\!/\!{}_{min}\times{}^{1\,min}\!/\!{}_{60\,s}\times{}^{2\pi\,rad}\!/\!{}_{1\,rev}=209.44\ {}^{rad}\!/\!{}_{s}$$

$$\alpha=\frac{\omega-\omega_o}{t}=\frac{209.44\ {}^{rad}\!/\!{}_{s}}{5s}\Rightarrow\alpha=41.888\ {}^{rad}\!/\!{}_{s^2}$$

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

ب)

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t + \theta_o$$

$$\theta = \frac{1}{2}(41.89)25 = 523.62$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{523.62}{2\pi} \Rightarrow n = 83.33 \text{ rev}$$

۲-۹) سرعت یک دیسک با قطر 250 میلیمتر در یک حرکت شتاب ثابت در طی 20 ثانیه از 1000 دور در دقیقه به 2000 دور در دقیقه می‌رسد.

الف) مقدار شتاب زاویه‌ای را بر حسب رادیان بر مجذور ثانیه بیابید.

ب) در مدت 20 ثانیه، دیسک چند دور چرخیده است؟

حل:

$$d = 250\,\text{mm}, \quad \alpha = \text{cte}, \quad t = 20\,\text{s}$$

$$\omega_o = 1000 \ \text{rev}/\text{min}, \quad \omega = 2000 \ \text{rev}/\text{min}$$

الف)

$$\omega_o = 1000 \times \frac{2\pi}{60} = 104.72 \ \text{rad}/\text{s}$$

$$\omega = 2000 \times \frac{2\pi}{60} = 209.44 \ \text{rad}/\text{s}$$

$$\omega = \omega_o + \alpha t$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t} = \frac{209.44 - 104.72}{20} \Rightarrow \alpha = 5.236 \ \text{rad}/\text{s}^2$$

ب)

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t + \theta_o$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 5.236 \times (20)^2 + 104.72(20) = 3141.6 \text{ rad}$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{3141.6}{2\pi} \Rightarrow n = 500 \text{ دور}$$

۲-۱۰) در مسئلهٔ ۲-۸ اگر طول کورس پیستون برابر 100 سانتیمتر (دو برابر طول لنگ) باشد، مطلوب است:

الف) مؤلفهٔ مماسی شتاب انتهای لنگ بر حسب متر بر مجذور ثانیه (هنگامی که سرعت در حال افزایش است.)

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

ب) مؤلفهٔ عمودی شتاب بر حسب متر بر مجذور ثانیه، هنگامی که سرعت به 2000 دور در دقیقه رسیده است.

حل:

$s = 100\ cm, \quad r = \frac{s}{2} = 50\ cm = 0.5\ m$

از مسئله ۲-۸ داریم $\alpha = 41.888\ ^{rad}/_{s^2}$

الف) $A^t = r\alpha = 0.5 \times 41.888 \Rightarrow A^t = 20.944\ ^m/_{s^2}$

ب) $\omega = 2000\ ^{rev}/_{min} = 209.44\ ^{rad}/_s$

$A^n = r\omega^2 = 0.5 \times (209.44)^2 \Rightarrow A^n = 21932.454\ ^m/_{s^2}$

۲-۱۱) روتور یک موتور توربوجت با سرعت 12000 دور در دقیقه می‌چرخد. سرعت را بر حسب متر بر ثانیه و شتاب را بر حسب متر بر مجذور ثانیه برای نقطه‌ای که روی محیط روتور کمپرسور با قطر 900 میلیمتر واقع است، بدست آورید.

حل:

$d = 900\ mm, \quad \omega = 12000\ rpm$

$\omega = 12000 \times \frac{2\pi}{60} = 1257\ ^{rad}/_s$

$r = \frac{d}{2} = 450\ mm = 0.45\ m$

$V = r\omega = 0.45\,m \times (1257\ ^{rad}/_s) \Rightarrow V = 565.487\ ^m/_s$

$A = \sqrt{(A^t)^2 + (A^n)^2}\ , \quad A^t = 0 \ \Rightarrow A = A^n$

$A^n = \frac{V^2}{r} = \frac{(565.487)^2}{0.45} \Rightarrow A^n = 710611.5\ ^m/_{s^2}$

۲-۱۲) برای مکانیزم یوغ اسکاچ (Scotch-Yoke) در شکل P2-12 اگر $R = 200\ mm$ و $\theta = 60^o$ و سرعت لنگ 200 دور در دقیقه باشد، سرعت لغزنده را بر حسب متر بر ثانیه و شتاب آن را بر حسب متر بر مجذور ثانیه بیابید.

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

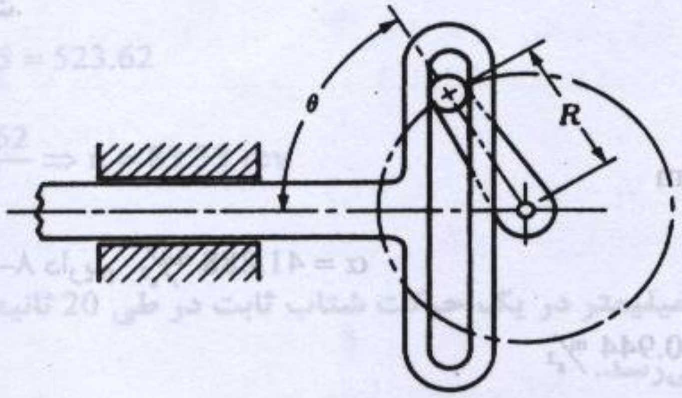


Figure P2-12

حل:

$R = 200\ mm, \quad \theta = 60°, \quad \omega = 200\ rpm$

$\omega = 200 \times \frac{2\pi}{60} = \frac{20\pi}{3}\ {}^{rad}/_{s}$

$V = -R\omega \sin\theta \Rightarrow \omega = -0.2 \times \frac{20\pi}{3} \times \sin \pi/3$

$V = -3.628\ {}^{m}/_{s}$

$A = -R\omega^2 \cos\theta$

$A = -0.2(\frac{20\pi}{3})^2 \cos \pi/3 \Rightarrow A = -43.865\ {}^{m}/_{s^2}$

۲-۱۳) اگر طول کورس لغزنده در مکانیزم شکل P2-12 ، 350 میلیمتر و زمان طی یک کورس 0.125 ثانیه باشد، مطلوب است:

الف) تعداد دور لنگ در هر دقیقه

ب) ماکزیمم سرعت لغزنده بر حسب متر بر ثانیه

ج) ماکزیمم شتاب لغزنده بر حسب متر بر مجذور ثانیه

حل:

$s = 350\ mm, \quad t = 0.125\ s$

$r = \frac{s}{2} = 0.175\ m$ شعاع لنگ $\qquad T = 2t = 0.25\ s$ زمان یک دور

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

الف) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.25\,s} \times {}^{1rev}/_{2\pi rad} \times {}^{60s}/_{1min} \Rightarrow \omega = 240\ rpm$

ب) $V_{max} = r\omega = 0.175 \times 240(\frac{2\pi}{60}) \Rightarrow V_{max} = 4.398\ {}^{m}/_{s}$

ج) $A_{max} = r\omega^2 = 0.175 \times (240 \times \frac{2\pi}{60})^2 \Rightarrow A_{max} = 110.54\ {}^{m}/_{s^2}$

۲-۱۴) دستگاه‌های اندازه‌گیری ارتعاشات نشان می‌دهد جسمی دارای حرکت نوسانی با سرعت 420 دور در دقیقه و ماکزیمم شتاب 750 میلیمتر بر مجذور ثانیه می‌باشد. مطلوب است:

الف) دامنهٔ نوسان

ب) ماکزیمم سرعت

حل:

$\omega = 420 \times \frac{2\pi}{60} = 43.982\ {}^{rad}/_{s}$

$A = 750\ {}^{mm}/_{s^2} = 0.75\ {}^{m}/_{s^2}$

الف) $A_{max} = R\omega^2 \Rightarrow R = \frac{A_{max}}{\omega^2} \Rightarrow R = \frac{0.75}{(43.982)^2} \Rightarrow R = 0.388\ mm$

ب) $V = -R\omega \sin \omega t$

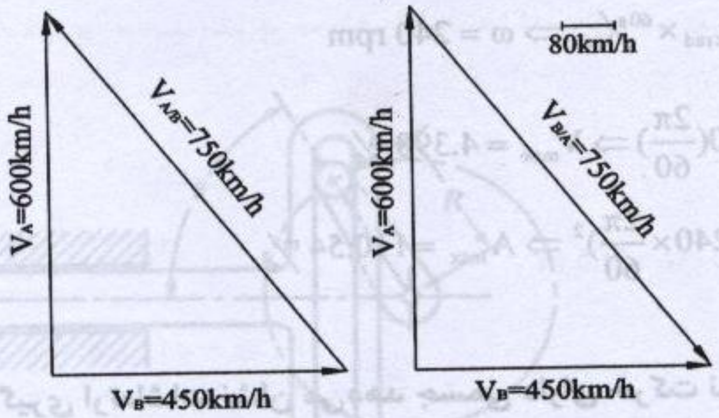
$V_{max} = -R\omega \Rightarrow V_{max} = -0.0171\ {}^{m}/_{s}$

۲-۱۵) هواپیمای A مستقیماً به طرف شمال با سرعت 600 کیلومتر در ساعت و همزمان هواپیمای B مستقیماً به طرف شرق با سرعت 450 کیلومتر در ساعت پرواز می‌کند. سرعت A نسبت به B و سرعت B نسبت به A را بدست آورید.

برای هر حالت رابطهٔ برداری را بنویسید و بردارها را با مقیاس $1\ mm = 8\ {}^{km}/_{h}$ رسم کنید. جهت شمال را به طرف بالای کاغذ در نظر بگیرید و همهٔ بردارها را نامگذاری کنید. سپس جوابهایتان را به صورت ترسیمی تعیین کنید.

حل:

$\vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B\ ,\quad \vec{V}_{B/A} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$



۲-۱۶) هواپیمایی مستقیماً به طرف شرق از شهر M به شهر N که با هم 600 کیلومتر فاصله دارند، پرواز می‌کند. سرعت هواپیما نسبت به هوا 300 کیلومتر در ساعت می‌باشد. باد با سرعت 90 کیلومتر در ساعت به طرف جنوب می‌وزد. تعیین کنید هواپیما باید به کدام جهت هدایت شود (منحرف باشد) و این سفر چند ساعت به طول می‌انجامد؟

رابطهٔ برداری اصلی را بنویسید و برای هواپیما از اندیس P و برای باد از اندیس A استفاده کنید. بردارها را با مقیاس $1\,mm = 45\ {}^{km}\!/\!_{h}$ رسم کنید و جوابها را تعیین کنید.

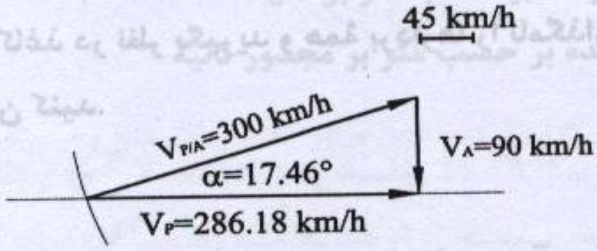
حل:

$s = 600\ km$ $\vec{V}_P$ به سمت شرق $\vec{V}_A = 90\ {}^{km}\!/\!_{h}$ به سمت جنوب $\vec{V}_{P/A} = 300\ {}^{km}\!/\!_{h}$

بر اساس رابطه سرعت نسبی داریم: $\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{P/A}$

مقدار و جهت $\vec{V}_A$ مشخص است. بنابراین می‌توان آن را رسم نمود. جهت بردار V_P نیز مشخص است (افقی به سمت شرق). بنابراین امتداد آن را از انتهای بردار V_A رسم می‌کنیم.

اندازه بردار $V_{P/A}$ معلوم است. بنابراین به اندازه آن کمانی به مرکز ابتدای $\vec{V}_A$ رسم می‌کنیم تا راستای $\vec{V}_P$ را قطع کند. بنابراین مثلث سرعت مطابق شکل رسم می‌شود. مقدار سرعت مطلق هواپیما و زاویه انحراف آن مشخص می‌شود:



زمان حرکت هواپیما:
$$t = \frac{s}{V_P} = \frac{600\ km}{286.18\ {}^{km}\!/\!_{h}} \Rightarrow t = 2.097\ h$$

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

۲-۱۷) ماشین شکل P2-17 با سرعت $30\ ^{mi}/_{h}$ به سمت راست حرکت می‌کند. چرخهای 2 و 4 به ترتیب دارای قطرهای 36 و 24 اینچ می‌باشند. برای کشیدن شکل از مقیاس $1\text{ in} = 20\text{ in}$ استفاده کنید. سرعتهای V_{O_2}، V_{B/O_2}، V_B، V_C و $V_{B/C}$ را بر حسب فوت بر ثانیه پیدا کنید. بردارها را با مقیاس $1\text{ in} = 30\ ^{ft}/_{s}$ رسم کنید. همچنین ω_2، ω_4 و $\omega_{2/4}$ را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

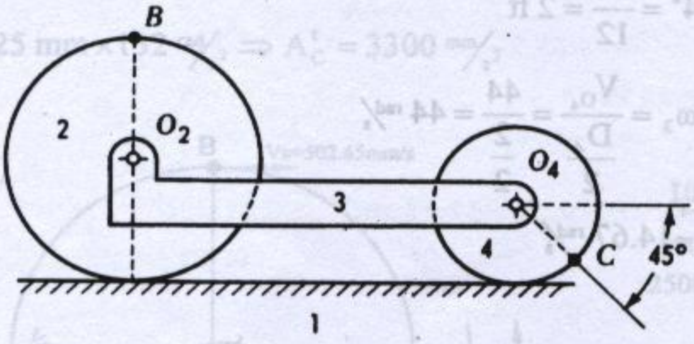


Figure P2-17

حل:

$$V_{O_2} = V_{O_4} = 30\ ^{mi}/_{h} = 30\,(1.61)\ ^{km}/_{h} = 30\,(1.61)\ ^{1000(3.28)\,ft}/_{3600\,s} = 44\ ^{ft}/_{s}$$

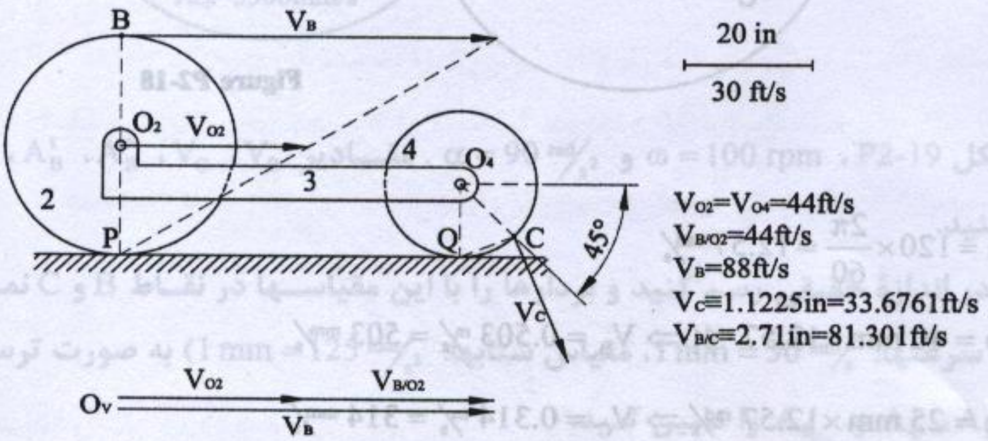
$$V_B = 2V_{O_2} = 2(44) = 88\ ^{ft}/_{s}$$

$$\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{O_2}} + \vec{V}_{B/O_2}$$

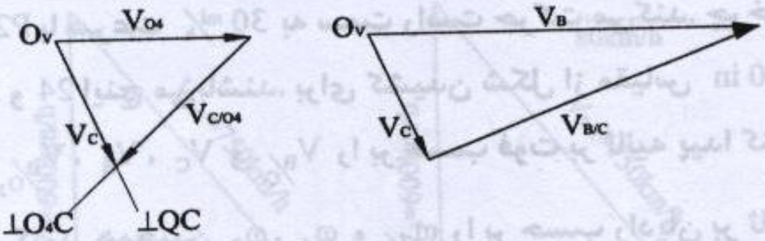
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_C} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_{O_4}} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{C/O_4}}$$

$$\overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_C} + \vec{V}_{B/C}$$

مثلثهای مربوط به سرعتهای نسبی در شکل رسم شده و مقادیر بردارها نشان داده شده‌اند.



www.collegeprozheh.ir   کالج پروژه



$$D_2 = 36'' = \frac{36}{12} = 3\ \text{ft}\ ,\ D_4 = 24'' = \frac{24}{12} = 2\ \text{ft}$$

$$\omega_2 = \frac{V_{O_2}}{\frac{D_2}{2}} = \frac{44}{\frac{3}{2}} = 29.33\ \text{rad/s}\ ,\ \omega_3 = \frac{V_{O_4}}{\frac{D_4}{2}} = \frac{44}{\frac{2}{2}} = 44\ \text{rad/s}$$

$$\omega_{2/4} = \omega_2 - \omega_4 = 29.33 - 44 = -14.67\ \text{rad/s}$$

۲-۱۸) دیسک شکل P2-18 دارای $\omega = 120\ \text{rpm}$ و $\alpha = 132\ \text{rad/s}^2$ است. با فرض $OB = 40\ \text{mm}$ و $OC = 25\ \text{mm}$، مقادیر V_B، V_C، A_B^n، A_B^t، A_C^n و A_C^t را بدست آورید.

دیسک را در اندازه حقیقی رسم کنید و بردارها را با این مقیاسها در نقاط B و C نمایش دهید. (مقیاس سرعتها: $1\ \text{mm} = 30\ \text{mm/s}$ و مقیاس شتابها: $1\ \text{mm} = 250\ \text{mm/s}^2$) به صورت ترسیمی مقادیر $V_{C/B}$، A_B، A_C و $A_{C/B}$ را تعیین کنید.

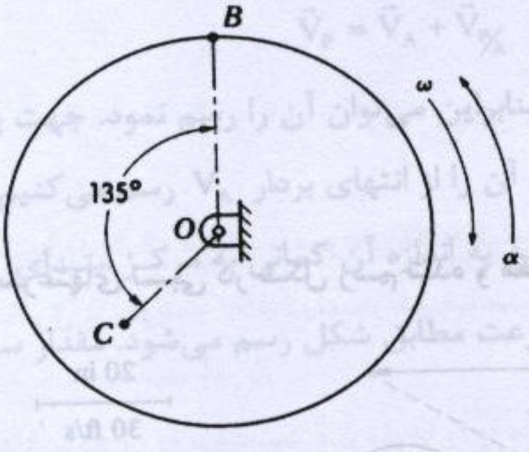


Figure P2-18

حل:

$$\omega = 120\ \text{rpm} = 120 \times \frac{2\pi}{60} = 12.57\ \text{rad/s}$$

$$V_B = \overline{OB} \times \omega = 40\ \text{mm} \times 12.57\ \text{rad/s} \Rightarrow V_B = 0.503\ \text{m/s} = 503\ \text{mm/s}$$

$$V_C = \overline{OC} \times \omega = 25\ \text{mm} \times 12.57\ \text{rad/s} \Rightarrow V_C = 0.314\ \text{m/s} = 314\ \text{mm/s}$$

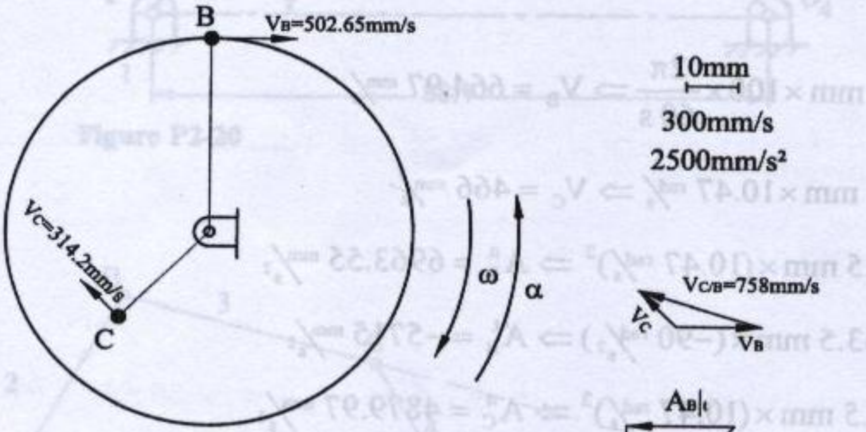
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

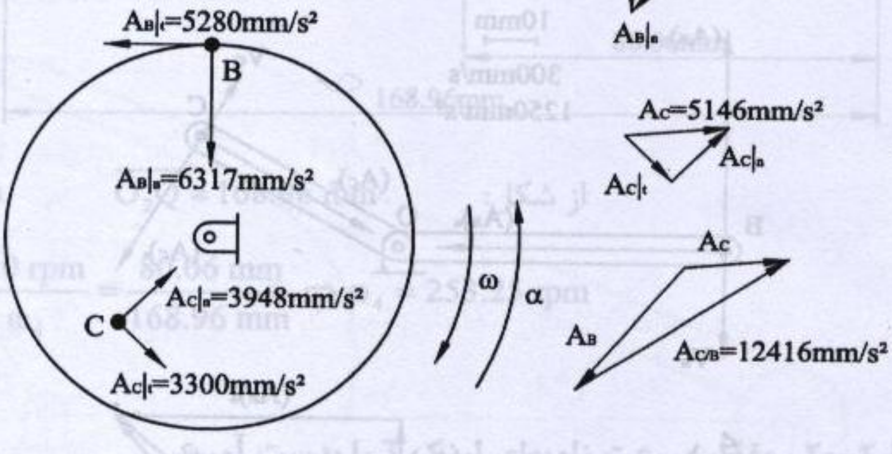
$$A_B^n = \frac{V_B^2}{\overline{OB}} = \frac{(503\ {}^{mm}/_{s})^2}{40\ mm} \Rightarrow A_B^n = 6317\ {}^{mm}/_{s^2}$$

$$A_B^t = \overline{OB} \times \alpha = 40\ mm \times 132\ {}^{rad}/_{s^2} \Rightarrow A_B^t = 5280\ {}^{mm}/_{s^2}$$

$$A_C^n = \frac{V_C^2}{\overline{OC}} = \frac{(314\ {}^{mm}/_{s})^2}{25\ mm} \Rightarrow A_C^n = 3948\ {}^{mm}/_{s^2}$$

$$A_C^t = \overline{OC} \times \alpha = 25\ mm \times 132\ {}^{rad}/_{s^2} \Rightarrow A_C^t = 3300\ {}^{mm}/_{s^2}$$





۲-۱۹) در شکل P2-19، $\omega = 100\ rpm$ و $\alpha = 90\ {}^{rad}/_{s^2}$. مقادیر V_B، V_C، A_B^n، A_B^t، A_C^n و A_C^t را تعیین کنید.

عضو را در اندازهٔ حقیقی رسم کنید و بردارها را با این مقیاسها در نقاط B و C نمایش دهید. (مقیاس سرعتها: $1\ mm = 30\ {}^{mm}/_{s}$، مقیاس شتابها: $1\ mm = 125\ {}^{mm}/_{s^2}$) به صورت ترسیمی مقادیر $V_{B/C}$، A_B، A_C و $A_{B/C}$ را تعیین کنید.

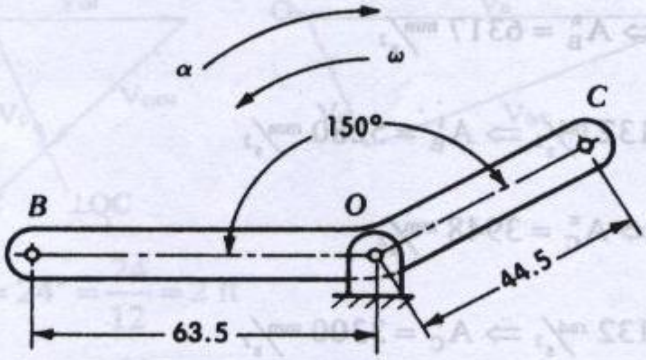


Figure P2-19

حل:

$$V_B = \overline{OB}\omega = 63.5\ mm \times 100 \times \frac{2\pi}{60\ s} \Rightarrow V_B = 664.97\ mm/s$$

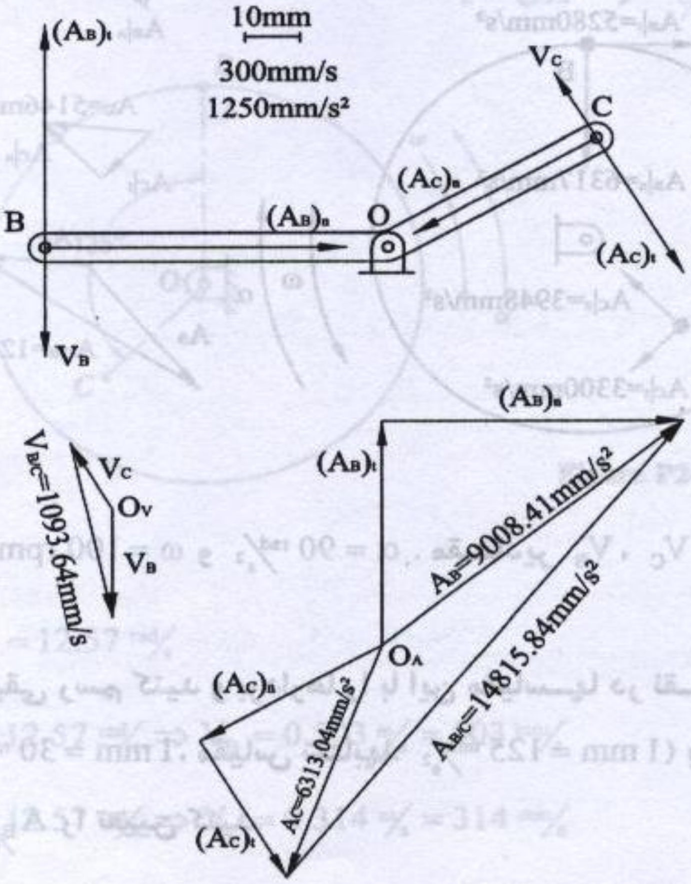
$$V_C = \overline{OC}\omega = 44.5\ mm \times 10.47\ rad/s \Rightarrow V_C = 466\ mm/s$$

$$A_B^n = \overline{OB}\omega^2 = 63.5\ mm \times (10.47\ rad/s)^2 \Rightarrow A_B^n = 6963.55\ mm/s^2$$

$$A_B^t = \overline{OB}(-\alpha) = 63.5\ mm \times (-90\ rad/s^2) \Rightarrow A_B^t = -5715\ mm/s^2$$

$$A_C^n = \overline{OC}\omega^2 = 44.5\ mm \times (10.47\ rad/s)^2 \Rightarrow A_C^n = 4879.97\ mm/s^2$$

$$A_C^t = \overline{OC}(-\alpha) = 44.5\ mm \times (-90\ rad/s^2) \Rightarrow A_C^t = -4005\ mm/s^2$$



www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

۲-۲۰) در شکل P2-20 ، $\omega_2 = 120$ rpm و پادساعتگرد است. مقدار سرعت زاویه‌ای لینک 4 را بر حسب دور در دقیقه بدست آورید.

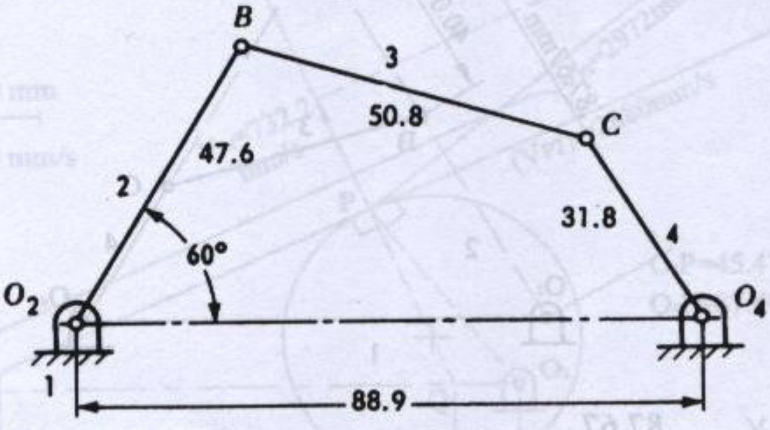
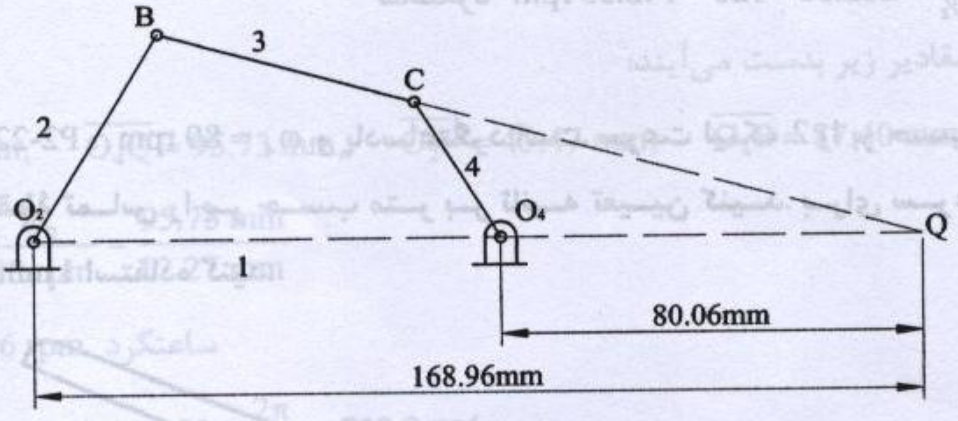


Figure P2-20

حل:



از شکل: $\overline{O_2Q} = 168.96$ mm $\quad \overline{O_4Q} = 80.06$ mm

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{O_4Q}}{\overline{O_2Q}} \Rightarrow \frac{120 \text{ rpm}}{\omega_4} = \frac{80.06 \text{ mm}}{168.96 \text{ mm}} \Rightarrow \omega_4 = 253.25 \text{ rpm}$$

۲-۲۱) مثل مسئلهٔ ۲-۲۰ ، مقدار سرعت زاویه‌ای لینک 3 را بدست آورید.

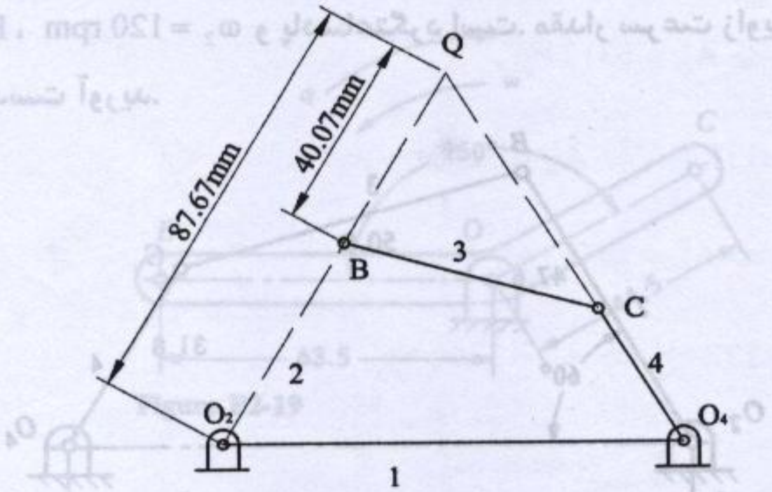
(توجه: از برگردان مکانیزم استفاده نمائید. لینک 2 را ثابت در نظر بگیرید و مقدار مناسب $\omega_{1/2}$ را تعیین کنید. $\omega_{3/2}$ را بدست آورید و سپس از رابطهٔ $\omega_{3/1} = \omega_{3/2} - \omega_{1/2}$ استفاده کنید.)

ω_3 ساعتگرد یا پادساعتگرد است؟

حل:

از شکل: $\overline{O_2Q} = 87.67$ mm $\quad \overline{BQ} = 40.07$ mm

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه



$$\frac{\omega_{3/2}}{\omega_{1/2}} = \frac{\overline{O_2Q}}{\overline{BQ}} \Rightarrow \frac{\omega_{3/2}}{120\ \text{rpm}} = \frac{87.67}{40.07} \Rightarrow \omega_{3/2} = 262.55\ \text{rpm}$$ ساعتگرد

$$\omega_{3/1} = \omega_{3/2} - \omega_{1/2} = 262.55 - 120 = 142.55\ \text{rpm}$$ ساعتگرد

۲-۲۲) در شکل P2-22 ، $\omega_4 = 80$ rpm و پادساعتگرد است. سرعت لینک 2 را بر حسب rpm و سرعت لغزش در نقطهٔ تماس را بر حسب متر بر ثانیه تعیین کنید. برای سرعتها از مقیاس $1\ \text{mm} = 30\ \text{mm/s}$ استفاده کنید.

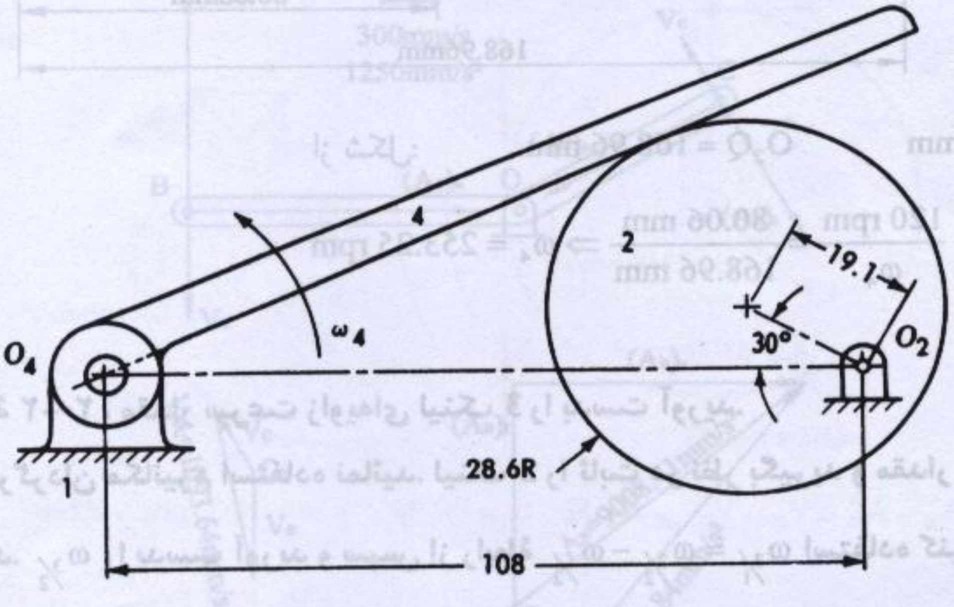
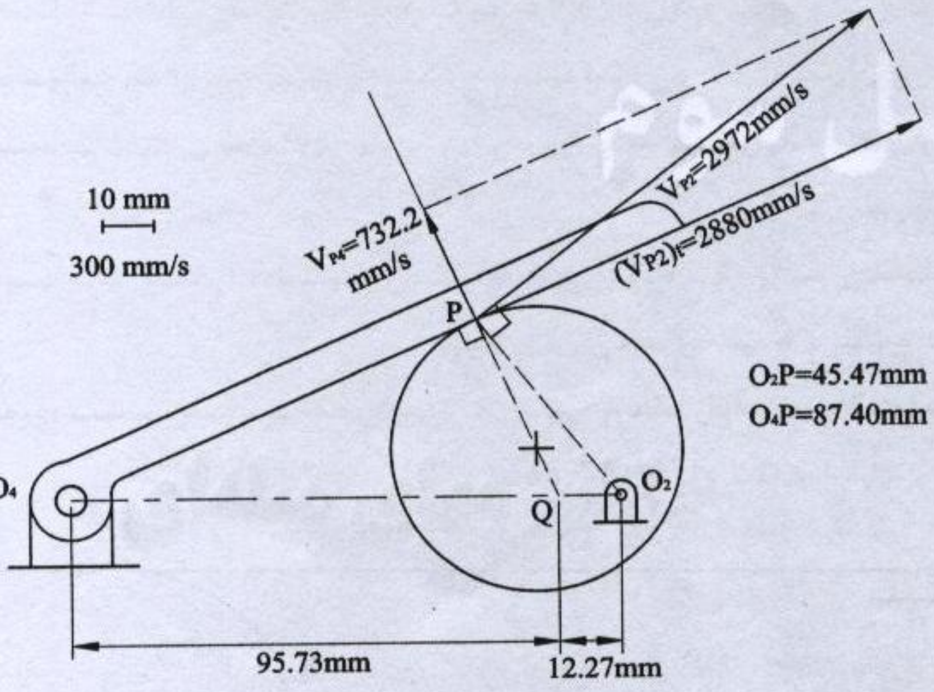


Figure P2-22

حل:

ابتدا محل تقاطع عمود مشترک لینکهای 2 و 4 و خط المرکزین آنها را بدست می‌آوریم. (نقطه Q)

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه



از شکل مقادیر زیر بدست می‌آیند:

$\overline{O_2Q} = 12.27$ mm, $\overline{O_4Q} = 95.73$ mm, $\overline{O_2P} = 45.47$ mm, $\overline{O_4P} = 87.40$ mm

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{O_4Q}}{\overline{O_2Q}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{80\text{ rpm}} = \frac{95.73\text{ mm}}{12.27\text{ mm}}$$

$\Rightarrow \omega_2 = 624.156$ rpm ساعتگرد

$$V_{P_4} = \overline{O_4P}.\omega_4 = 87.4\text{ mm} \times 80 \times \frac{2\pi}{60\text{s}} = 732.2\ {}^{mm}\!/_{s}$$

$$V_{P_2}^n = V_{P_4}^n = V_{P_4} = 732.2\ {}^{mm}\!/_{s}$$

با استفاده از روش ترسیمی و با داشتن مقدار و جهت V_{P_4} و جهت V_{P_2}، مقدار V_{P_2} و مؤلفه مماسی آن محاسبه می‌شود.

$V_{P_2} = 2972\ {}^{mm}\!/_{s}$, $V_{P_2}^t = 2880\ {}^{mm}\!/_{s}$

$V_S = V_{P_2}^t - V_{P_4}^t = 2880 - 0 = 2880\ {}^{mm}\!/_{s}$ سرعت لغزش

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

فصل سوم

مکانیزمهای میله‌ای

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

۳–۱) برای مکانیزم لنگ – نوسانگر شکل P3-1 ، مکان نقطهٔ D را به ازای هر 30° چرخش لنگ 2 مشخص کنید و از این نقاط یک منحنی صاف عبور دهید.

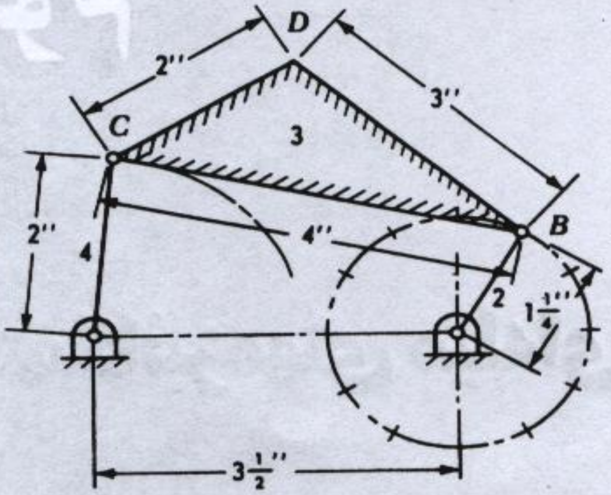
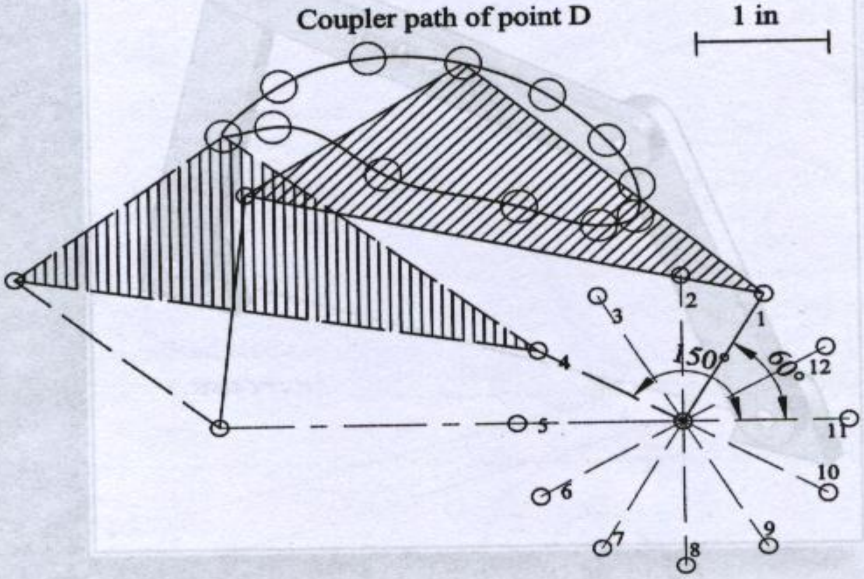


Figure P3-1

حل:

مکانیزم چهارمیله‌ای زیر به ازای دو مقدار $\theta_2 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 150^\circ$ رسم شده است. وضعیت مکانیزم به ازای دوازده نقطه و مکان نقطهٔ D بر روی لینک 3 در هر وضعیت بدست آمده که منحنی مسیر نشان داده شده را ایجاد می‌کند. (برای جلوگیری از پیچیده شدن، شکل مکانیزم در سایر وضعیتها ترسیم نشده است.)



۳–۲) در شکل P3-2 لنگ 2 مداوماً می‌چرخد و لینک 4 نوسان می‌کند. حداکثر و حداقل مقدار طول

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

کوپلر (لینک 3) را که می‌توان مورد استفاده قرار داد (تا مکانیزم لنـگ – نوسـانگر بـاقی بمانـد) بر حسب میلیمتر بدست آورید.

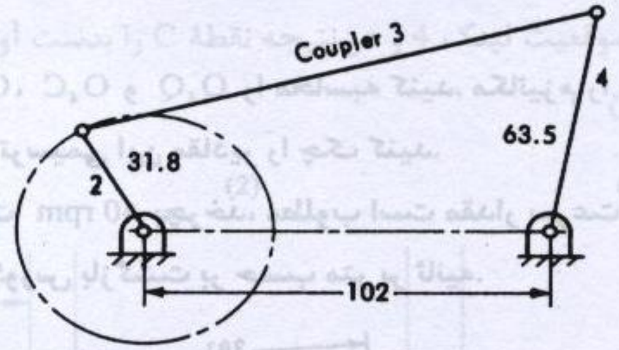


Figure P3-2

حل:

مطابق شکل مقادیر زیر معلومند:

$O_2O_4 = 102\ \text{mm}, \quad O_2B = 31.8\ \text{mm}, \quad O_4C = 63.5\ \text{mm}$

برای تعیین طول لینک BC به طوری که حرکت مورد نظر تأمین شود (مکانیزم لنگ و آونگ باشد)، شرایط لازم را برقرار می‌کنیم:

$$O_2B + BC + O_4C > O_2O_4 \Rightarrow BC > O_2O_4 - O_2B - O_4C$$

$$O_2B + O_2O_4 + O_4C > BC \Rightarrow BC < O_2B + O_2O_4 + O_4C$$

$$O_2B + BC - O_4C < O_2O_4 \Rightarrow BC < O_2O_4 - O_2B + O_4C$$

$$BC - O_2B + O_4C > O_2O_4 \Rightarrow BC > O_2O_4 + O_2B - O_4C$$

پس از جایگذاری در چهار رابطهٔ فوق، داریم:

$BC > 6.7\ \text{mm}, \quad BC < 197.3\ \text{mm}, \quad BC < 133.7\ \text{mm}, \quad BC > 70.3\ \text{mm}$

چون چهار رابطهٔ بدست آمده باید همزمان برقرار باشند، پس مقدار مجاز BC از اشتراک آنها بدست می‌آید. در نتیجه:

$70.3\ \text{mm} < BC < 133.7\ \text{mm}$

برای حل این مسئله، همچنین می‌توان از معیار گراشف (که در کتابهای دیگر آمده است) نیز استفاده نمود که همان جواب فوق را بدست می‌دهد.

۳-۳) یک مکانیزم صفحه تراش مانند شکل P3-3 طراحی کنید که دارای نسبت زمانی 1 : 1.75 و کورس

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

کاری 65 میلیمتر باشد. ضمناً مسیر DQ مربوط به نقطهٔ D باید وسط بالاترین و پایین‌ترین مکان نقطهٔ C ناشی از حرکت آن روی کمانش به شعاع O_4C واقع شود. مقادیر طولهای ثابت روی شکل داده شده‌اند.

مقادیر لازم برای O_2B، O_4C و O_4Q را محاسبه کنید. مکانیزم را با مقیاس 1 mm = 10 mm رسم کنید و به طریقهٔ ترسیمی این مقادیر را چک کنید.

اگر لنگ با سرعت ثابت 40 rpm بچرخد، مطلوب است مقدار سرعت متوسط لغزندهٔ 6 هم در کورس کاری و هم در کورس بازگشت بر حسب متر بر ثانیه.

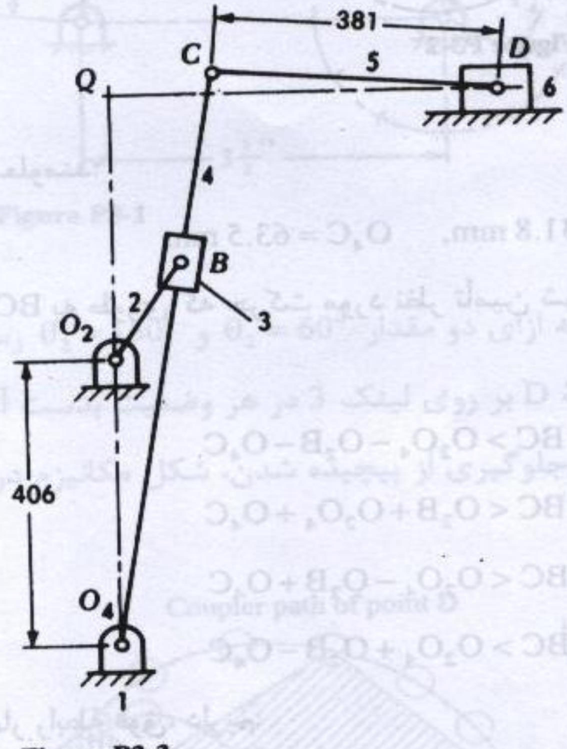


Figure P3-3

حل:

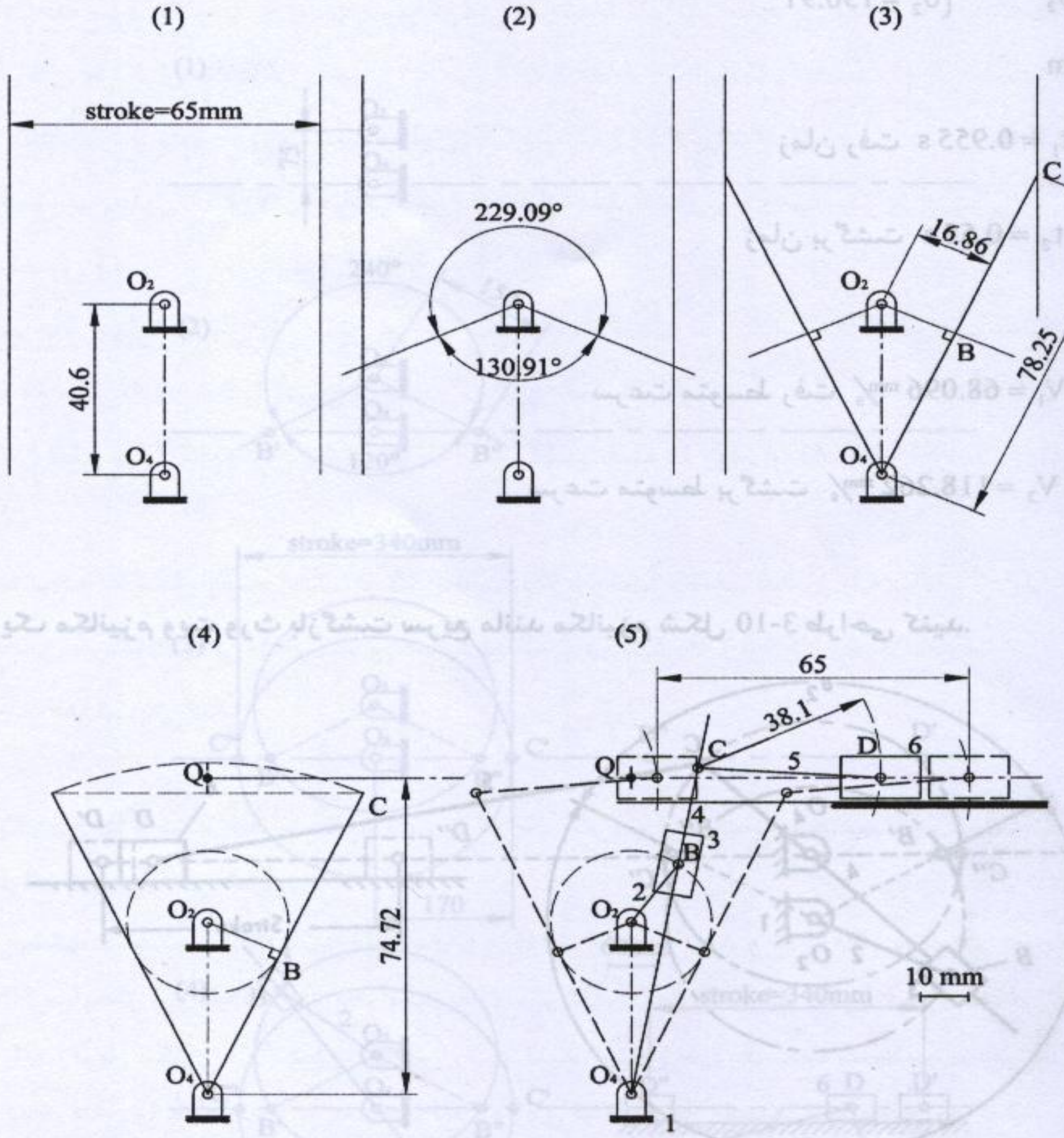
<u>مرحلهٔ اول:</u> در ابتدا فاصلهٔ تکیه‌گاه‌ها (O_2O_4) معلوم است و می‌توان نقاط مربوط به آنها را رسم کرد. چون ماکزیمم فاصلهٔ افقی طی شده توسط نقطهٔ C برابر با مقدار کورس لغزنده است، دو خط که دربرگیرندهٔ دو نقطهٔ انتهایی C می‌باشند را به فاصلهٔ 65 mm (طول کورس) از یکدیگر در دو طرف خط O_2O_4 رسم می‌کنیم. (شکل 1)

<u>مرحلهٔ دوم:</u> با داشتن نسبت زمانی 1.75 : 1 زاویه‌ها θ_1 و θ_2 با اندازه‌های 229.09° و 130.91° قابل محاسبه هستند. به ازای این زوایا دو نیم‌خط از نقطهٔ O_2 رسم می‌کنیم. این دو نیم‌خط

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

مشخص‌کنندهٔ موقعیت لینک 2 در نقاط انتهایی می‌باشند. (شکل 2)

مرحلهٔ سوم: از آنجا که در موقعیت‌های انتهایی، لینک 2 بر لینک 4 عمود است، می‌توان با رسم عمود بر نیم‌خطهای موجود، موقعیت لینک 4 و در نتیجه نقطهٔ C را بدست آورد. اکنون طول لینک‌های 2 و 4 بدست آمده است. (شکل 3)



مرحلهٔ چهارم: برای تعیین نقطهٔ Q که خط جابجایی لغزنده را مشخص می‌کند، کمانی به مرکز O_4 و شعاع O_4C رسم می‌کنیم. نقطهٔ Q طبق خواسته مسئله در وسط بالاترین نقطهٔ کمان و مکان قائم نقطه انتهایی C قرار می‌گیرد. (شکل 4)

www.collegeprozheh.ir　کالج پروژه

مرحلهٔ پنجم: اکنون با داشتن طول لینک 5 و خط عبور لغزنده (خط افقی که از Q می‌گذرد) می‌توان کل مکانیزم را رسم نمود. موقعیت مکانیزم در حالتهای انتهایی و یک حالت دلخواه در شکل ترسیم شده است. (شکل 5)

$$\begin{cases}\theta_1+\theta_2=360^\circ\\ \theta_1=1.75\theta_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\theta_1=229.09^\circ\\ \theta_2=130.91^\circ\end{cases}$$

$\omega_2 = 40 \text{ rpm}$

$t_1=\dfrac{\theta_1}{\omega}\Rightarrow t_1=0.955\text{ s}$ زمان رفت

$t_2=\dfrac{\theta_2}{\omega}\Rightarrow t_2=0.55\text{ s}$ زمان برگشت

$s = 65 \text{ mm}$

$V_1=\dfrac{s}{t_1}\Rightarrow V_1=68.096\ ^{mm}/_{s}$ سرعت متوسط رفت

$V_2=\dfrac{s}{t_2}\Rightarrow V_2=118.262\ ^{mm}/_{s}$ سرعت متوسط برگشت

۳-۴) یک مکانیزم ویت ورثِ بازگشت سریع مانند مکانیزم شکل 10-3 طراحی کنید.

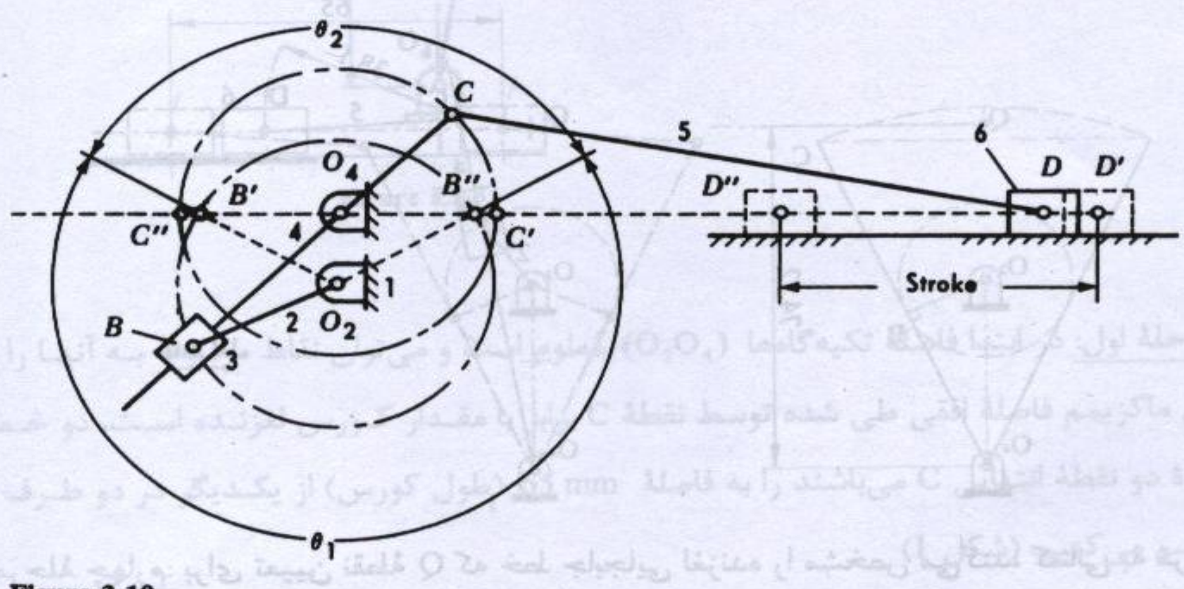


Figure 3-10

لنگ محرک باید به صورت ساعتگرد و با سرعت ثابت و نسبت زمانی 2:1 بچرخد. کورس کند (رفت) لغزندهٔ 6 باید به طرف چپ باشد، $O_2O_4 = 75$ mm و طول کورس 340 میلیمتر می‌باشد.

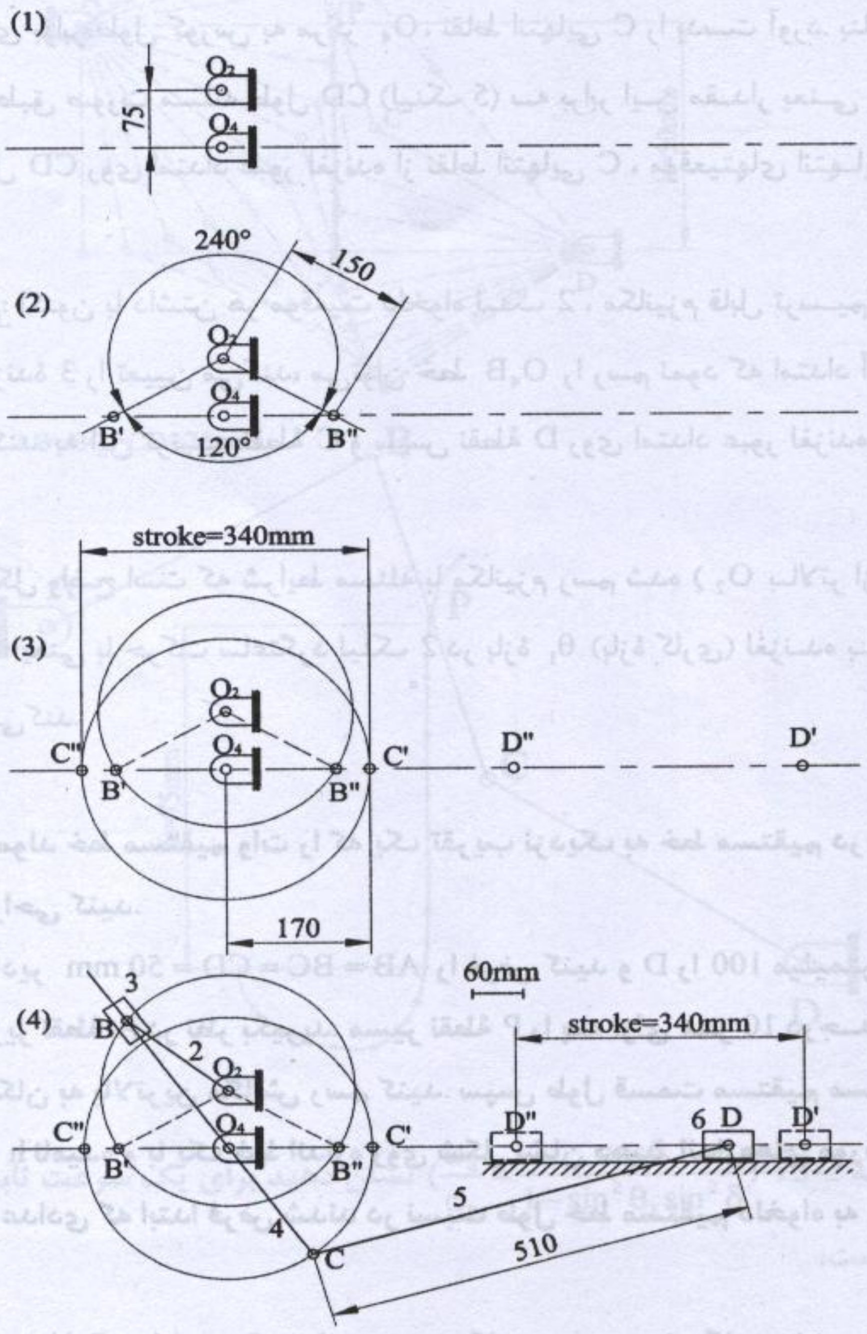
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

ضمناً طول CD را سه برابر طول O_4C در نظر بگیرید.

نکته: بر حسب نیاز ممکن است پین O_2 بالا یا پایین پین O_4 واقع شود.

مکانیزم را در حالتی که لغزندهٔ 6 در انتهای سمت راست قرار دارد، با مقیاس 1 mm = 6 mm رسم کنید و مقادیر لازم طولهای O_2B ،O_4C و CD را محاسبه کنید.

حل:



مرحلهٔ اول: تکیه‌گاههای O_2 و O_4 را با فاصلهٔ قائم 75 mm نسبت به هم رسم می‌کنیم. (شکل 1)

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

مرحلهٔ دوم: خط افقی که از نقطهٔ O_4 رسم می‌شود، امتداد عبور لغزنده را مشخص می‌کند. با داشتن نسبت زمانی $1:2$ زاویهٔ θ_1 برابر با 240° و θ_2 برابر با 120° محاسبه می‌شود. با رسم دو نیم‌خط از نقطهٔ O_2 به ازای این دو زاویه و تقاطع آنها با امتداد عبور لغزنده نقاط انتهایی B بدست می‌آیند و به این ترتیب، طول لینک شمارهٔ 2 مشخص می‌شود: $O_2B = 150\ mm$ (شکل 2)

مرحلهٔ سوم: با توجه به اینکه طول کورس لغزنده با حداکثر جابجایی نقطهٔ C برابر است، می‌توان با رسم دایره‌ای با قطری برابر طول کورس به مرکز O_4، نقاط انتهایی C را بدست آورد. بنابراین طول O_4C برابر با $170\ mm$ و طبق صورت مسئله طول CD (لینک 5) سه برابر این مقدار یعنی $510\ mm$ خواهد بود. با جداکردن طول CD روی امتداد عبور لغزنده از نقاط انتهایی C ، موقعیتهای انتهایی لغزنده بدست می‌آید. (شکل 3)

مرحلهٔ چهارم: اکنون با داشتن هر موقعیت دلخواه لینک 2 ، مکانیزم قابل ترسیم است. با داشتن نقطهٔ B که مکان لغزندهٔ 3 را تعیین می‌کند، می‌توان خط O_4B را رسم نمود که امتداد آن دایرهٔ مربوط به نقطهٔ C را قطع می‌کند. به این ترتیب، نقطهٔ C و سپس نقطهٔ D روی امتداد عبور لغزنده مشخص می‌شوند. (شکل 4)

با توجه به شکل واضح است که شرایط مسئله با مکانیزم رسم شده (O_2 بالاتر از O_4 قرار گرفته است) تأمین می‌شود؛ یعنی با حرکت ساعتگرد لینک 2 در بازهٔ θ_1 (بازهٔ کاری) لغزنده با حرکت کند به سمت چپ حرکت می‌کند.

۳-۵) یک مکانیزم مولد خط مستقیم وات را که یک تقریب نزدیک به خط مستقیم در فاصلهٔ 75 میلیمتر ارائه کند، طراحی کنید.

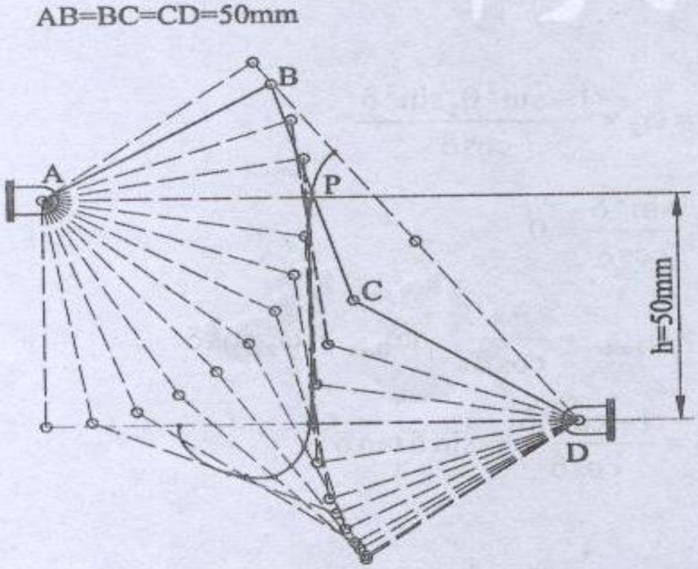
پیشنهاد: مقادیر $AB = BC = CD = 50\ mm$ را فرض کنید و D را 100 میلیمتر به سمت راست و 50 میلیمتر زیر نقطهٔ A در نظر بگیرید. مسیر نقطهٔ P را به ازای هر 10 درجه حرکت لنگ از پایین‌ترین مکان به بالاترین مکانش رسم کنید. سپس طول قسمت مستقیم مسیر را اندازه‌گیری کنید و آن را h نامیده و با یک خط اندازه روی شکل نشان دهید. اندازه‌های مورد نیاز برابر خواهند بود با ضرب اعدادی که ابتدا فرض شدند در نسبت طول خط مستقیم دلخواه به h .

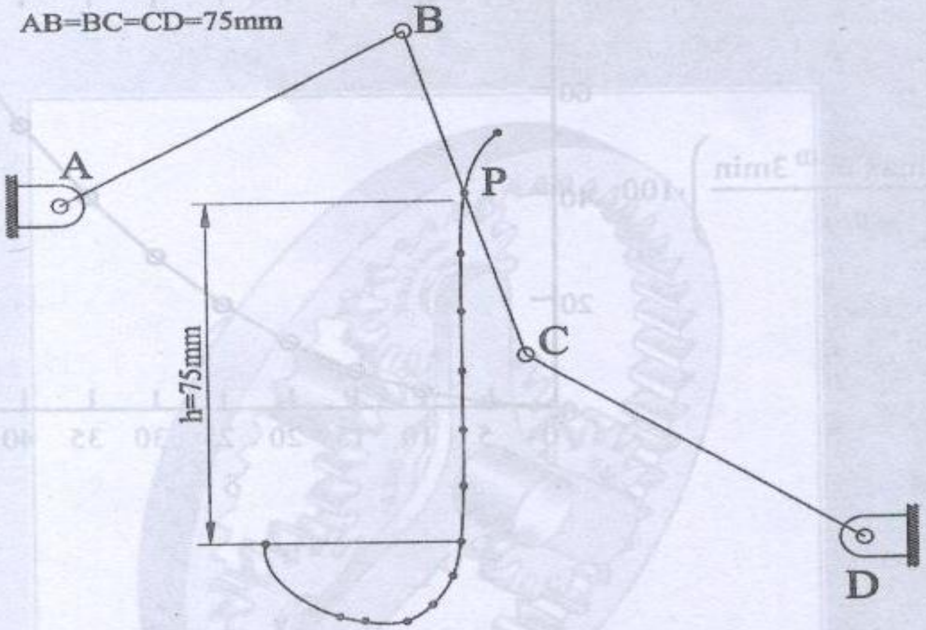
حل:

منحنی مسیر نقطهٔ P به ازای موقعیتهای متعدد مکانیزم طبق روش گفته شده رسم شده است.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

طول قسمت مستقیم منحنی حدوداً 50 mm می‌باشد. بنابراین ابعاد مکانیزم باید 1.5 برابر شود، که مکانیزم اصلی و منحنی مربوطه نیز در شکل سمت راست ترسیم شده‌اند.





۳-۶) به کمک رابطهٔ 3-2، ($\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\cos\delta}{1-\sin^2\theta_3 \sin^2\delta}$) **نشان دهید برای یک سرعت ثابت از شفت 2 رابطهٔ زیر برقرار است:**

$$\frac{\omega_{3\,max} - \omega_{3\,min}}{\omega_2} = \sin\delta \tan\delta$$

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

سپس به ازای مقادیر $\delta = 0, 10°, 20°, 30°, 40°, 45°$، منحنی $\frac{\omega_{3\max} - \omega_{3\min}}{\omega_2}$ را نسبت به δ رسم کنید.

حل:

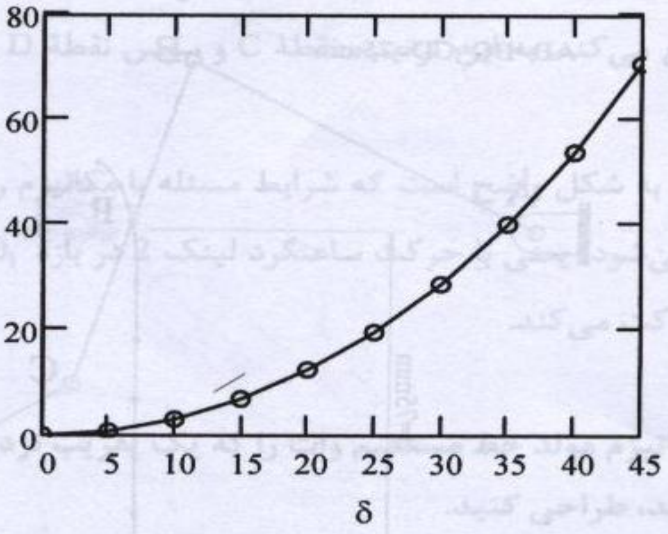
$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\cos\delta}{1-\sin^2\theta_3 \sin^2\delta} \Rightarrow \omega_3 = \omega_2 \times \frac{1-\sin^2\theta_3\sin^2\delta}{\cos\delta}$$

$$\frac{d\omega_3}{d\theta_3} = 0 \Rightarrow -2\omega_2 \sin\theta_3 \cos\theta_3 \frac{\sin^2\delta}{\cos\delta} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_3 = 0 \Rightarrow \theta = 0 , \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_{3\max} = \frac{\omega_2}{\cos\delta}, \quad \omega_{3\min} = \omega_2 \cos\delta$$

$$\frac{\omega_{3\max} - \omega_{3\min}}{\omega_2} = \frac{1}{\cos\delta} - \cos\delta = \frac{1-\cos^2\delta}{\cos\delta} = \sin\delta\tan\delta$$

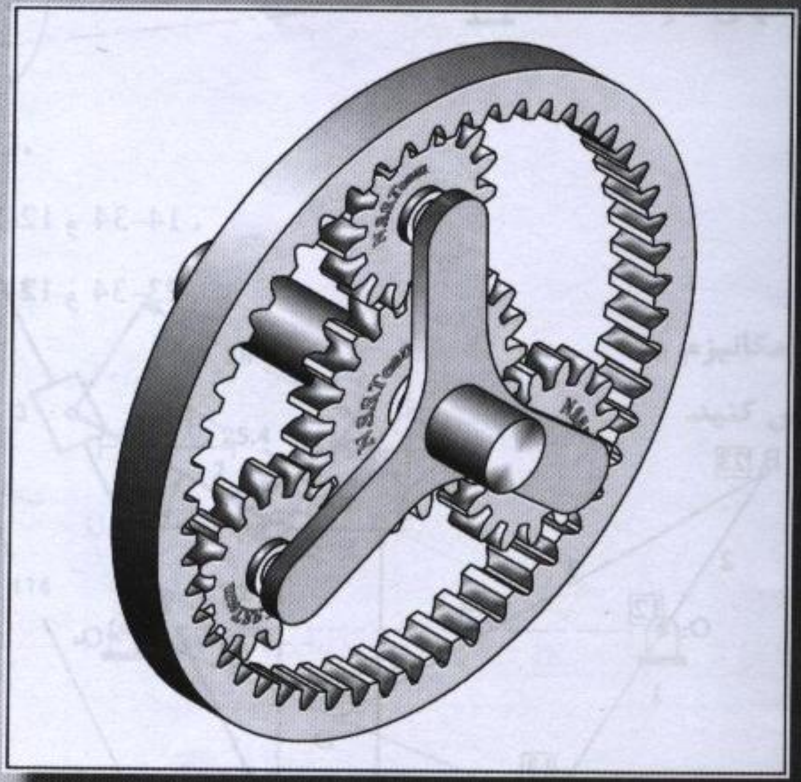
$$\left(\frac{\omega_{3\max} - \omega_{3\min}}{\omega_2}\right) \cdot 100$$



www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

فصل چهارم

مراکز آنی



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

۴-۱) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-1 را مشخص کنید.

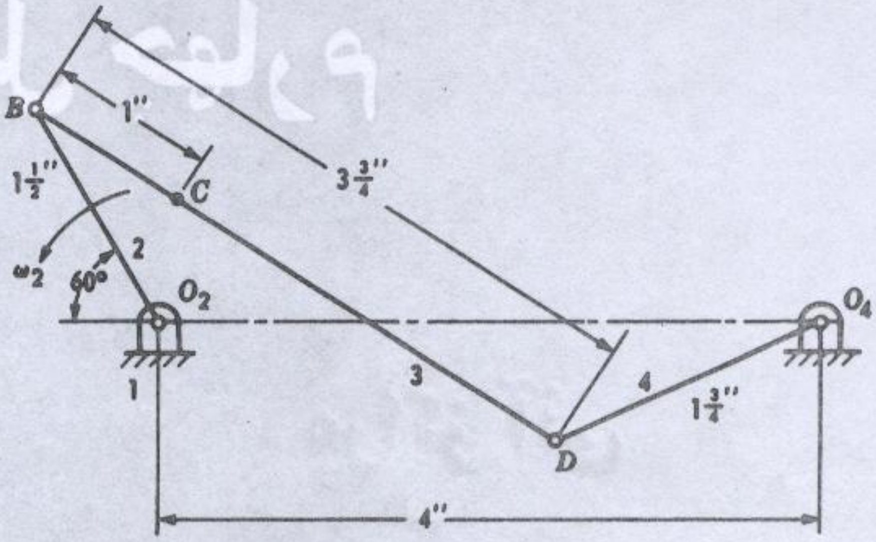


Figure P4-1

حل:

مرکز آنی 12: مفصل O_2،

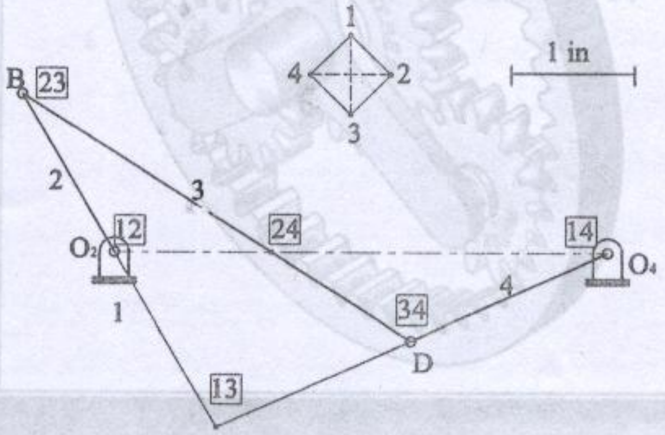
23: مفصل B،

34: مفصل D،

14: مفصل O_4،

13: تقاطع 23-12 و 34-14،

24: تقاطع 14-12 و 34-23.



۴-۲) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-2 را مشخص کنید.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

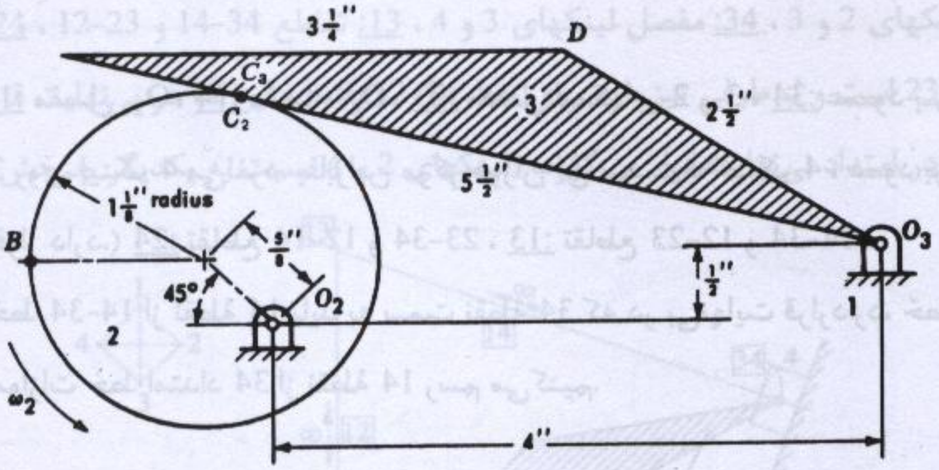
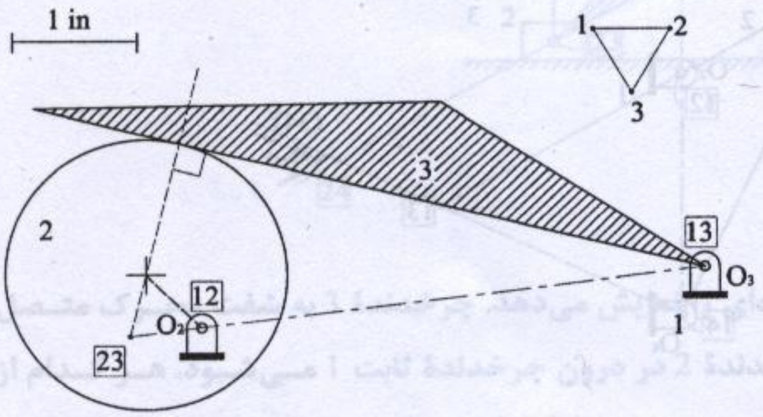


Figure P4-2

✍ حل:



مرکز آنی <u>12</u>: مفصل O_2،

<u>13</u>: مفصل O_3،

<u>23</u>: تقاطع 13-12

و قائم مشترک لینکهای 2 و 3 .

۴-۳) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-3 را مشخص کنید.

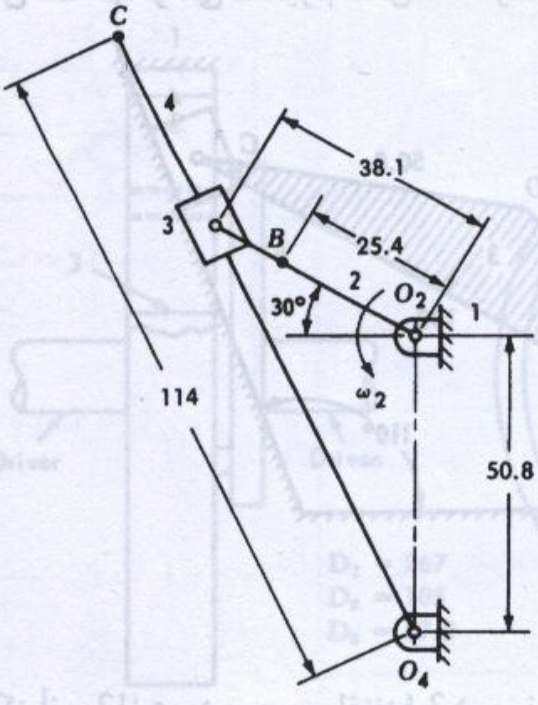


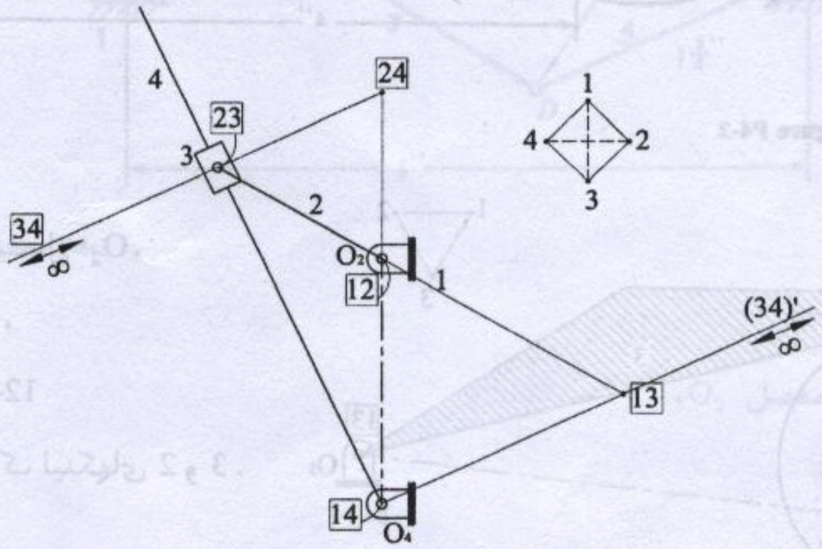
Figure P4-3

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

حل:

مرکز آنی 12: مفصل O_2، 14: مفصل O_4، 23: مفصل لینکهای 2 و 3، 34: عمود بر لینک 4 در بی‌نهایت. (لغزنده 3 روی لینک 4 می‌لغزد. بنابراین مرکز دوران آن نسبت به لینک 4، عمود بر مسیر لغزش در شعاع بی‌نهایت قرار دارد.) 24: تقاطع 14-12 و 34-23، 13: تقاطع 23-12 و 34-14.

برای رسم خط 34-14 از نقطهٔ 14 باید به سمت نقطهٔ 34 که در بی‌نهایت قراردارد، خطی رسم شود. بنابراین خط را به موازات خط امتداد 34 از نقطهٔ 14 رسم می‌کنیم.



۴-۴) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-4 را مشخص کنید.

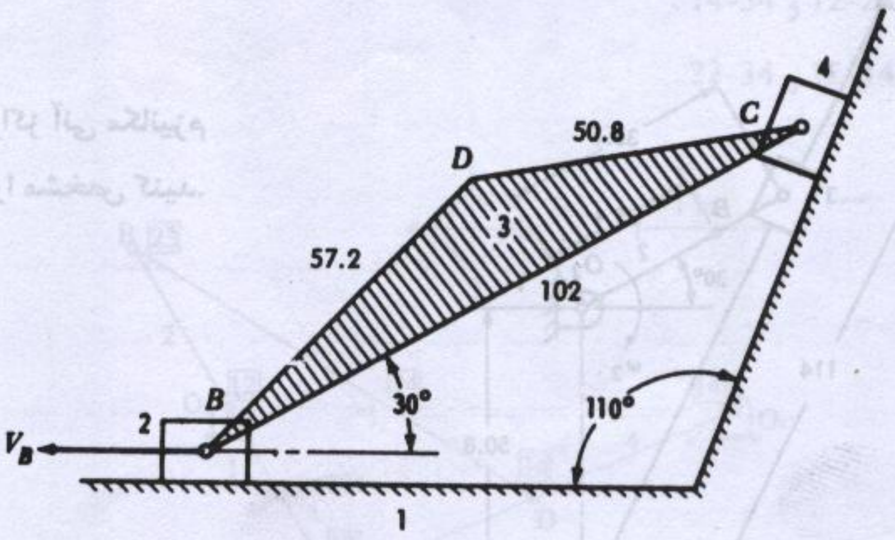


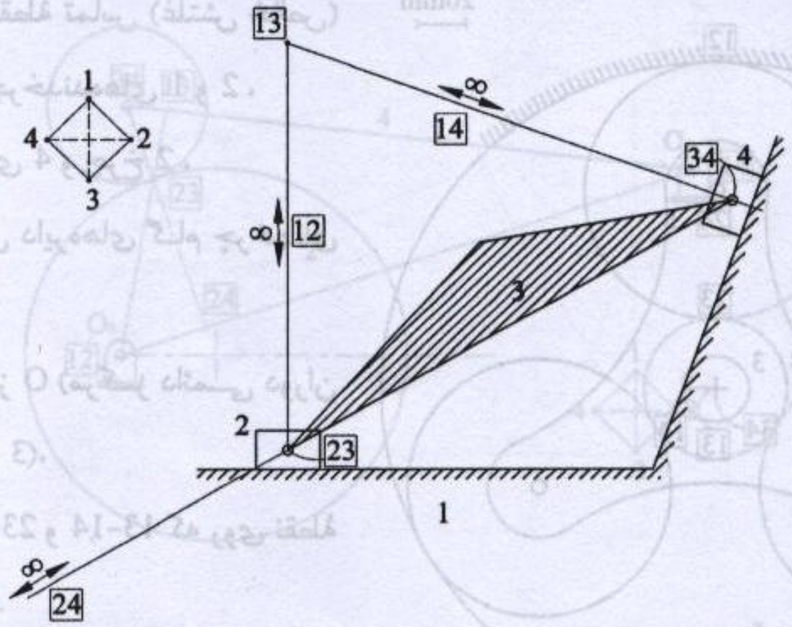
Figure P4-4

حل:

مرکز آنی 12: عمود بر مسیر لغزندهٔ 2 در بی‌نهایت، 14: عمود بر مسیر لغزندهٔ 4 در بی‌نهایت،

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

23: مفصل لینکهای 2 و 3 ، 34: مفصل لینکهای 3 و 4 ، 13: تقاطع 34-14 و 23-12 ، 24: چون از طرفی روی خط 34-23 است و از طرفی نیز باید روی خط 14-12 باشد و این دو در بی‌نهایت قرار دارند، پس روی خط 34-23 و در امتداد بی‌نهایت قرار می‌گیرد. (لینکهای 2 و 4 نسبت به یکدیگر چرخش ندارند.)



۴-۵) شکل P4-5 یک رشته چرخدندهٔ سیاره‌ای را نمایش می‌دهد. چرخدندهٔ 3 به شفت محرک متصل است و چرخش آن سبب غلتش چرخدندهٔ 2 در درون چرخدندهٔ ثابت 1 می‌شود. هر کدام از چرخدنده‌های 2 ، آزادانه روی شفتی که روی بازوی 4 قرار دارد، دوران می‌کنند.

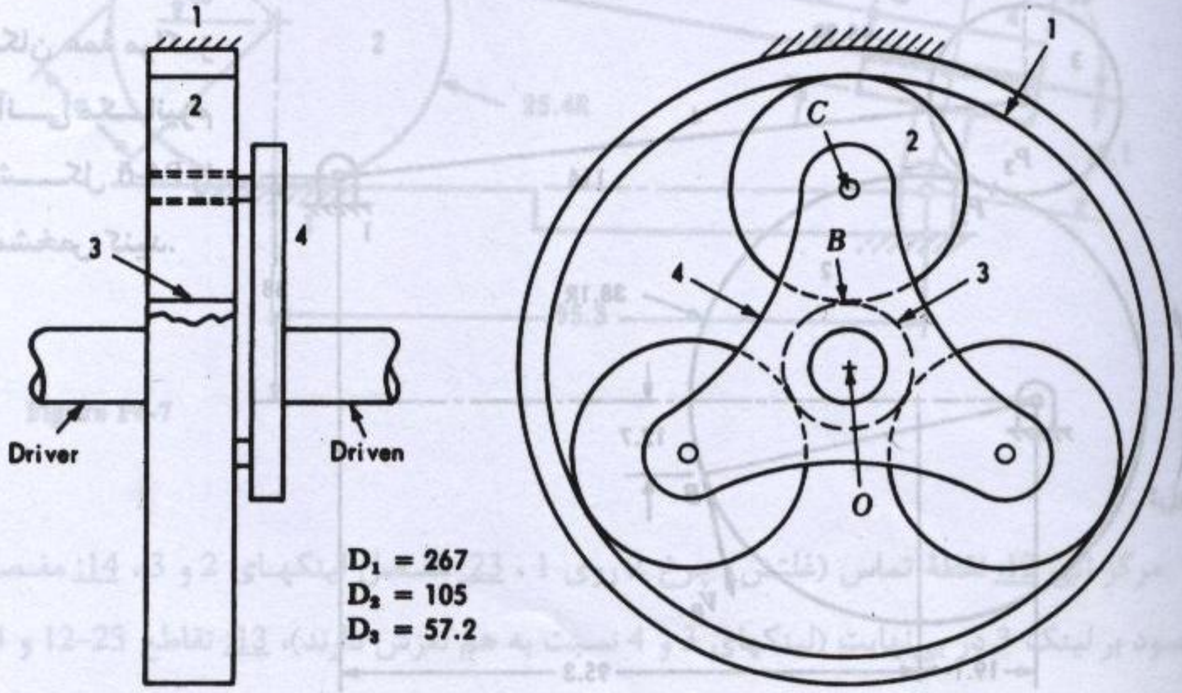
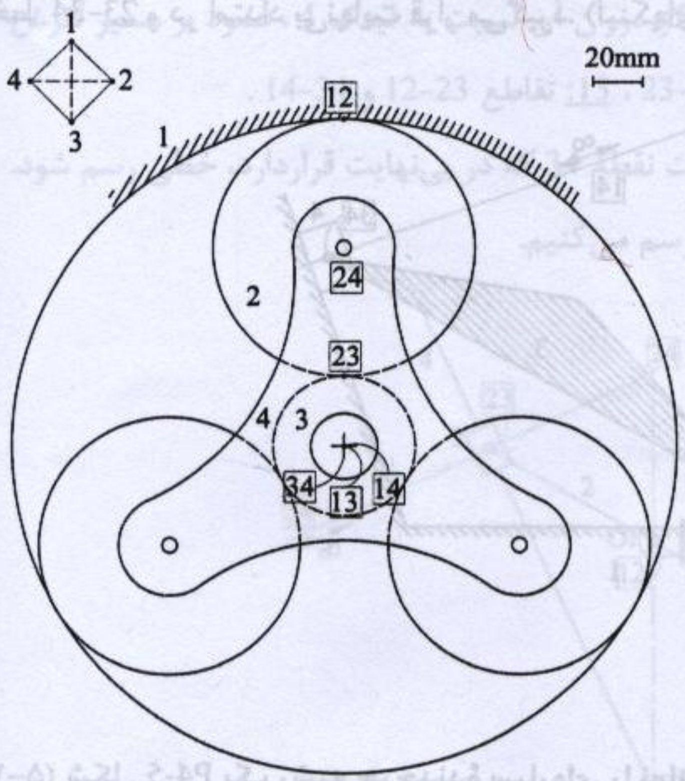


Figure P4-5

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

شفت متحرک به بازو متصل است و با سرعتی متناسب با سرعت شفت محـرک دوران مـی‌کنـد. مکان همهٔ مراکز آنی را مشخص نمایید.

حل:



مرکز آنی 12: نقطهٔ تماس (غلتش خالص) دایره‌های گام چرخدنده‌های 1 و 2 ،

24: مفصل بازوی 4 و چرخ 2 ،

23: نقطهٔ تماس دایره‌های گـام چرخهـای 2 و 3 ،

13 و 14: مرکـز O (مرکـز دائمـی دوران بازوی 4 و چرخ 3)،

34: تقاطع 24–23 و 14–13 که روی نقطهٔ O قرار می‌گیرد.

۴–۶) مکان همهٔ مراکـز آنـی مکـانیزم شـکل P4-6 را مشخص کنید.

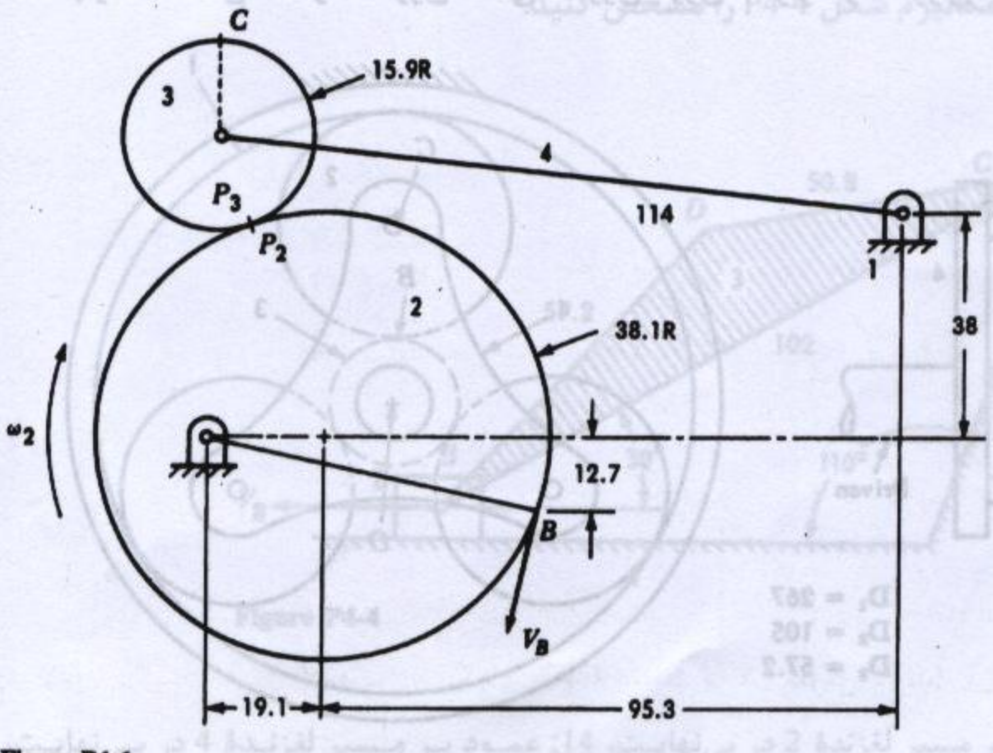
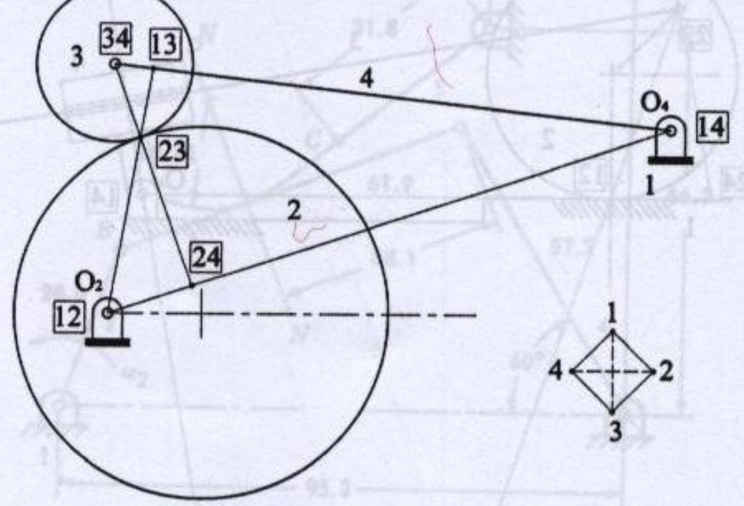


Figure P4-6

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

حل:

مرکز آنی 12: مفصل O_2، 14: مفصل O_4، 34: مفصل لینکهای 3 و 4، 23: نقطهٔ تماس (غلتش خالص) لینکهای 2 و 3، 13: تقاطع 23-12 و 34-14، 24: تقاطع 14-12 و 34-23.



۴-۷) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-7 را مشخص کنید.

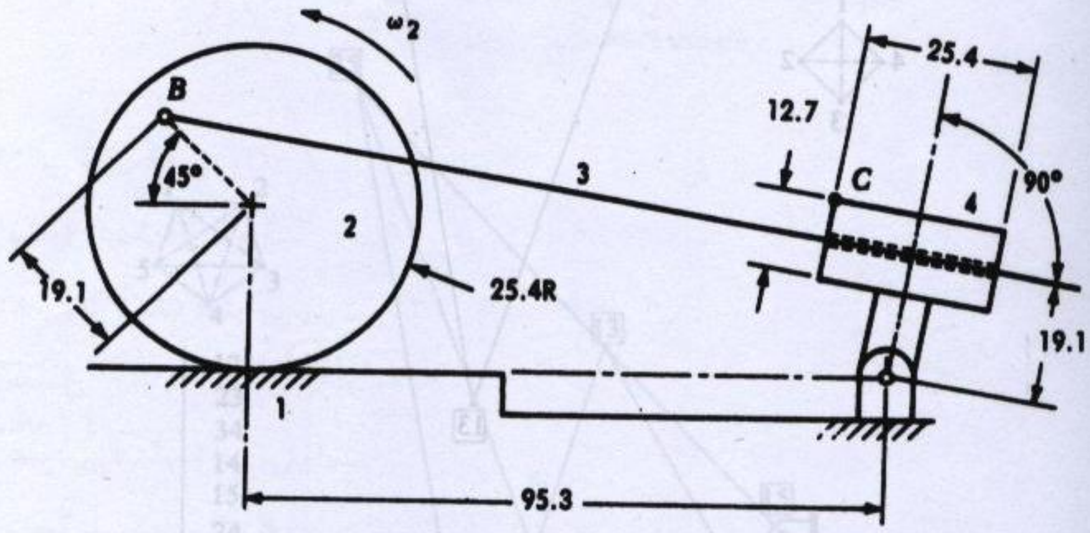
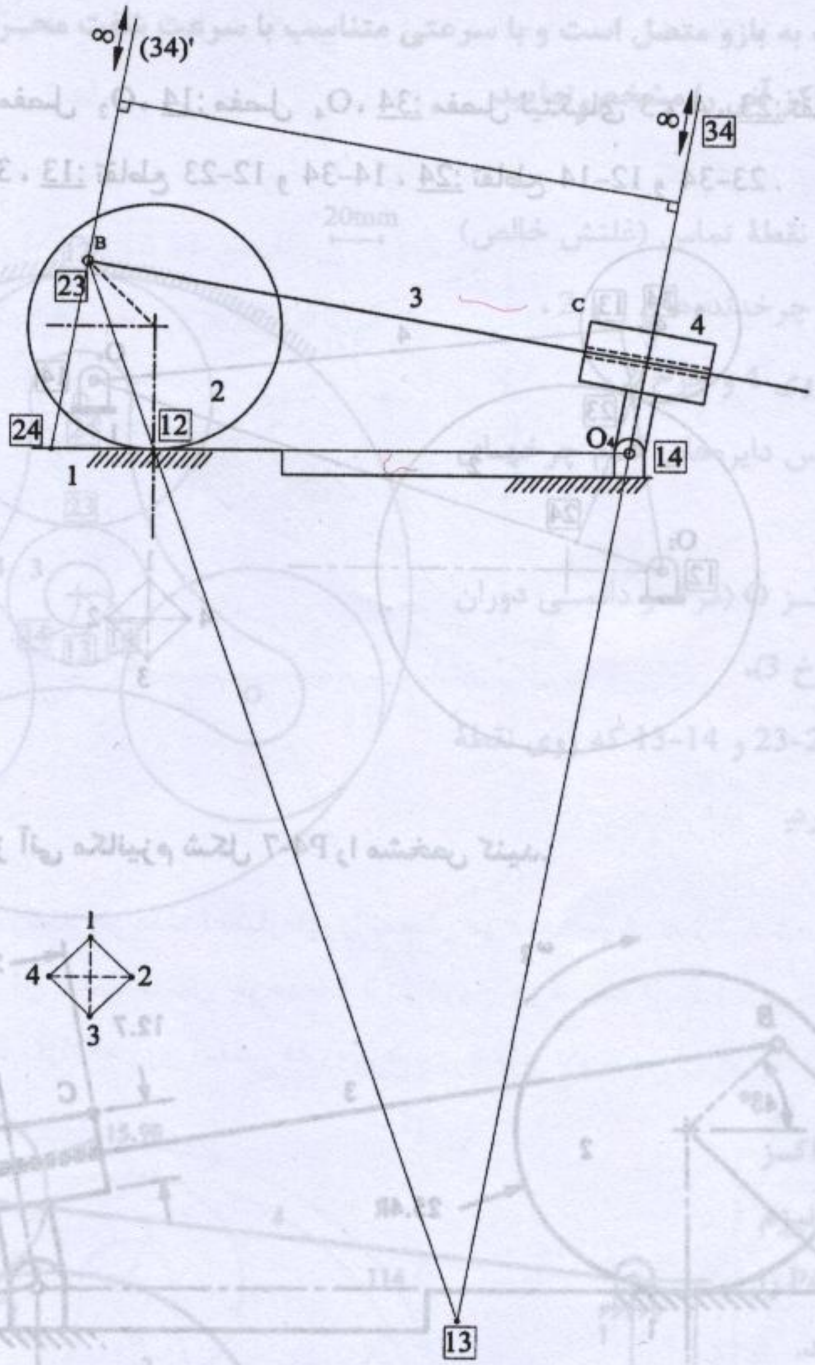


Figure P4-7

حل:

مرکز آنی 12: نقطهٔ تماس (غلتش) چرخ 2 روی 1، 23: مفصل لینکهای 2 و 3، 14: مفصل O_4، 34: عمود بر لینک 3 در بی‌نهایت (لینکهای 3 و 4 نسبت به هم لغزش دارند)، 13: تقاطع 23-12 و 34-14، 24: تقاطع 14-12 و 34-23.

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه



۴-۸) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-8 را مشخص کنید.

حل:

مرکز آنی 12: مفصل O_2، 23: مفصل لینکهای 2 و 3، 34: مفصل لینکهای 3 و 4، 14: مفصل O_4، 15: مفصل O_5، 24: تقاطع 12-14 و 23-34، 13: تقاطع 12-23 و 14-34، 35: تقاطع 15-13 و قائم مشترک لینکهای 3 و 5، 25: تقاطع 12-15 و 23-35، 45: تقاطع 24-25

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

و 14-15 .

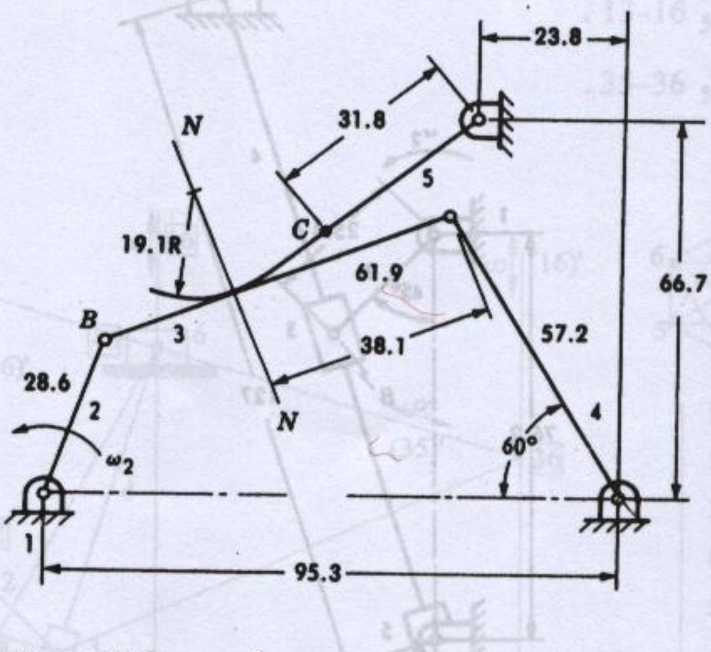
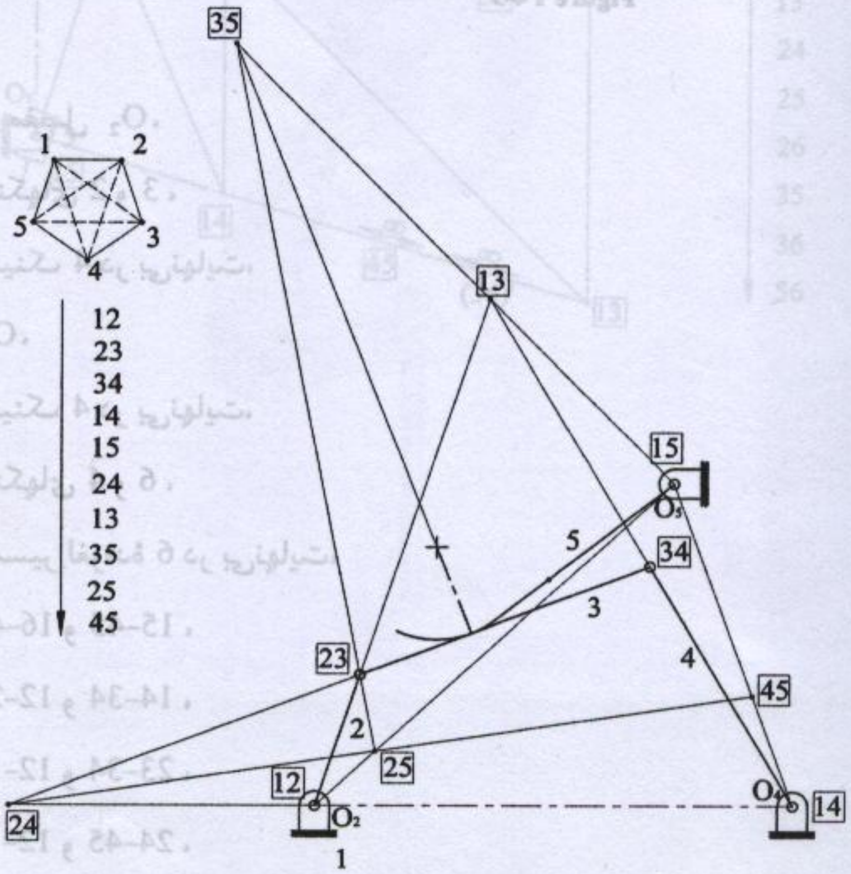


Figure P4-8



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

۴-۹) مکان همهٔ مراکز آنی مکانیزم شکل P4-9 را مشخص کنید.

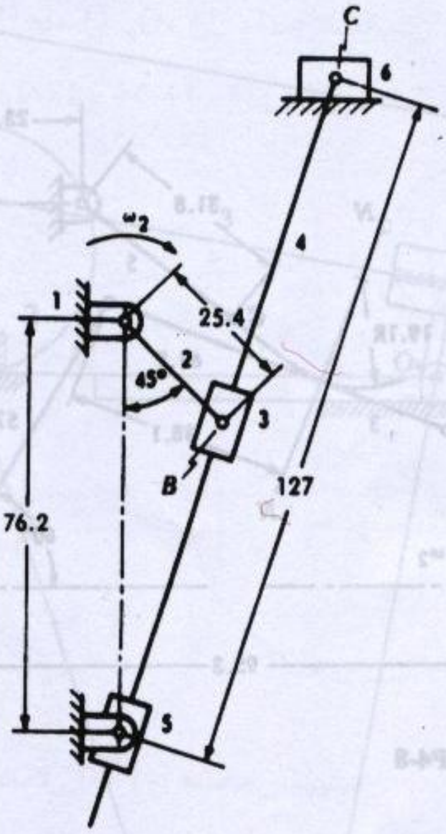


Figure P4-9

حل:

مرکز آنی <u>12:</u> مفصل O_2،

<u>23:</u> مفصل لینکهای 2 و 3 ،

<u>34:</u> عمود بر لینک 4 در بی‌نهایت،

<u>15:</u> مفصل O_5،

<u>45:</u> عمود بر لینک 4 در بی‌نهایت،

<u>46:</u> مفصل لینکهای 4 و 6 ،

<u>16:</u> عمود بر مسیر لغزندهٔ 6 در بی‌نهایت،

<u>14:</u> تقاطع 46-16 و 45-15 ،

<u>13:</u> تقاطع 23-12 و 34-14 ،

<u>24:</u> تقاطع 14-12 و 34-23 ،

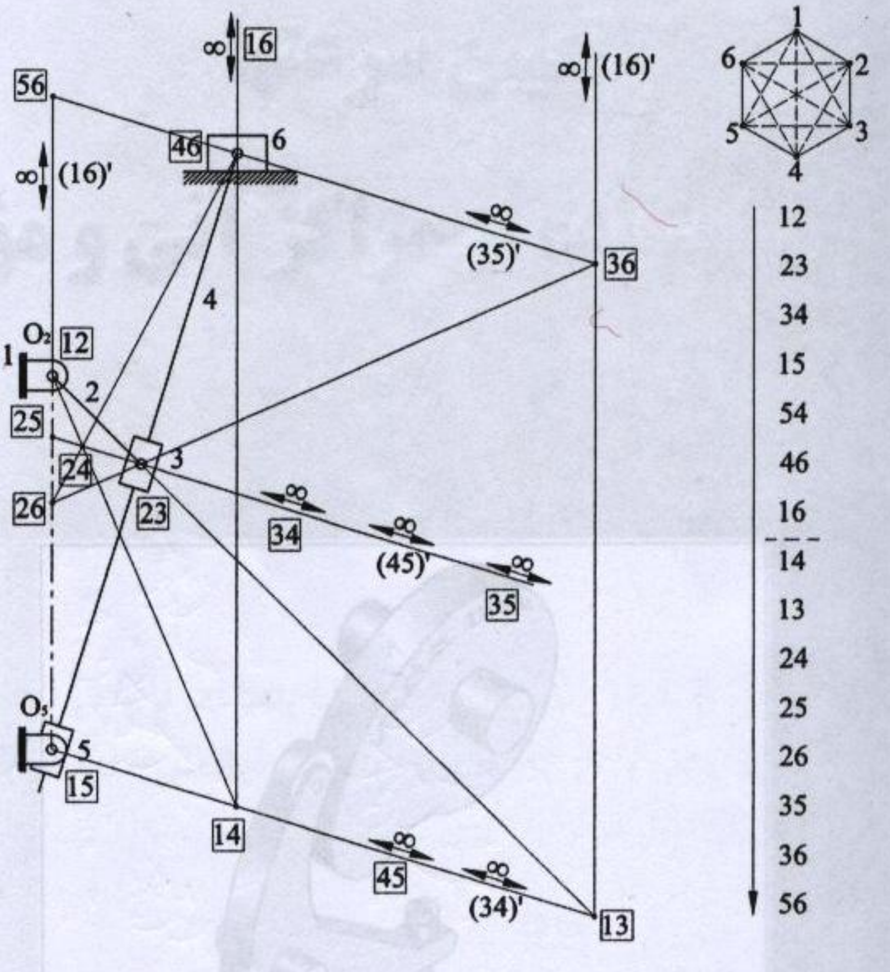
<u>25:</u> تقاطع 15-12 و 45-24 ،

26: تقاطع 46-24 و 16-12 ،

35: تقاطع 25-23 و 45-34 ،

36: تقاطع 26-23 و 16-13 ،

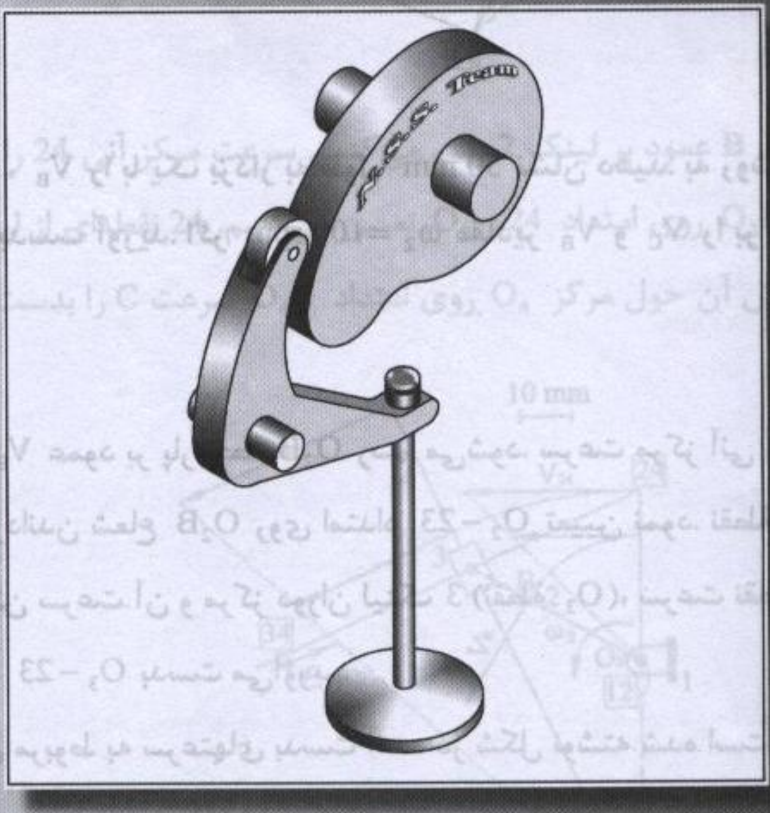
56: تقاطع 26-25 و 36-35 .



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

فصل پنجم

تعیین سرعتها
به روش استفاده از مراکز آنی و مؤلفه‌ها

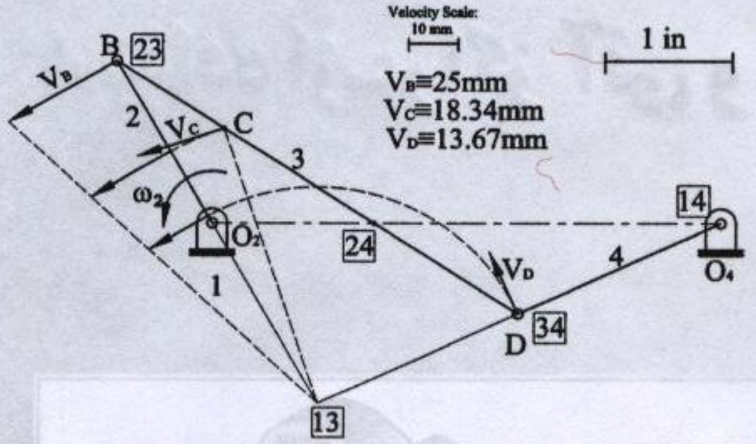


www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

۵-۱) در شکل P4-1 ، V_B را با یک بردار به طول 25 mm نشان دهید. به روش گرداندن شـعاع مقـادیر V_C و V_D را بدست آورید.

حل:

در لحظهٔ مورد نظر لینک 3 حول مرکز آنی 13 دوران می‌کند. بنابراین سرعت نقاط واقع بر لینـک 3 از جمله B ، C و D عمود بر شعاع رسم شده از 13 به آن نقاط می‌باشد. با داشتن سرعت V_B مـی‌تـوان بـا گرداندن شعاعهای 13-C و 13-D روی امتداد 13-B سرعتهای مربوطه را مطابق شـکل تعیـین نمـود، کـه مقادیر بدست آمده در شکل نشان داده شده‌اند.



۵-۲) در شکل P4-2 ، V_B را با یک بردار به طول 50 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع مقـادیر V_C و V_D را بدست آورید. اگر $\omega_2 = 100$ rpm مقادیر V_B و V_C را بر حسب متر بر ثانیه بدست آورید.

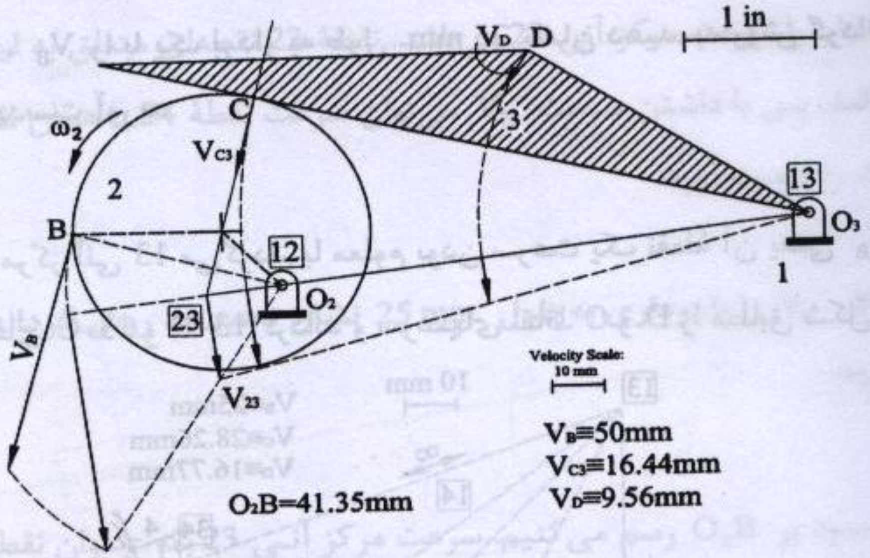
حل:

بردار سرعت V_B عمود بر پاره‌خط O_2B رسم می‌شود. سرعت مرکز آنی 23 را به عنوان نقطـه‌ای از لینک 2 می‌توان با گرداندن شعاع O_2B روی امتداد $O_2 - 23$ تعیین نمود. نقطهٔ 23 همچنین روی لینـک 3 واقع است و با داشتن سرعت آن و مرکز دوران لینک 3 (نقطهٔ O_3)، سرعت نقطهٔ D و C_3 را با گردانـدن شعاع آنها روی امتداد $O_3 - 23$ بدست می‌آوریم.

طول بردارهای مربوط به سرعتهای بدست آمده در شکل نوشته شده است.

$$\omega_2 = 100\text{ rpm} = 100(\frac{2\pi}{60})\ \text{rad}/\text{s} = 10.472\ \text{rad}/\text{s}$$

$$V_B = \overline{O_2B}\,\omega_2 = (41.35\times10^{-3})(10.472) = 0.433\ \text{m}/\text{s}$$

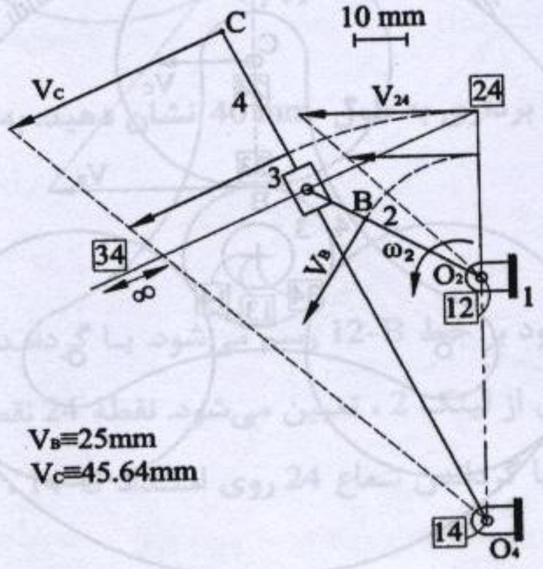


$$\frac{V_{C_3}}{[V_{C_3}]}=\frac{V_B}{[V_B]}\Rightarrow V_{C_3}=\frac{V_B}{[V_B]}[V_{C_3}]=\frac{0.433}{50}(16.44)=0.142\ \text{m/s}$$

۵-۳) در شکل P4-3 ، V_B را با یک بردار به طول 25 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع، مقدار V_C را بدست آورید.

حل:

بردار V_B را در نقطهٔ B عمود بر لینک 2 رسم می‌کنیم. سرعت مرکز آنی 24 را به عنوان نقطه‌ای از لینک 2 با گرداندن شعاع O_2B روی امتداد O_2-24 تعیین می‌کنیم. 24 نقطه‌ای از لینک 4 نیز می‌باشد، پس با گرداندن شعاع چرخش آن حول مرکز O_4 روی امتداد O_4C سرعت C را بدست می‌آوریم.



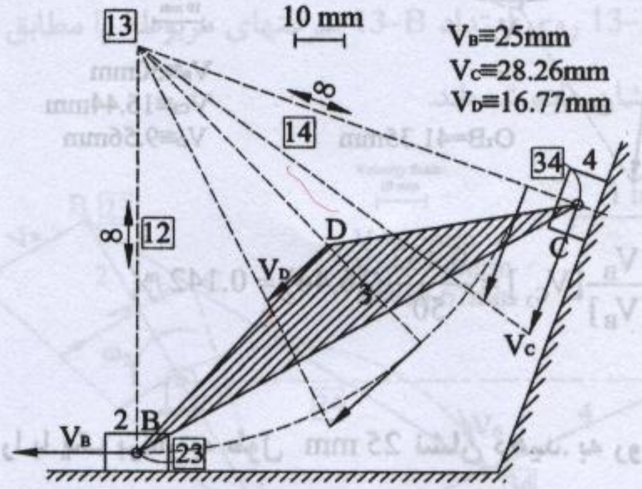
www.collegeprozheh.ir

کالج پروژه

۵-۴) در شکل P4-4 ، V_B را با یک بردار به طول 25 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع مقادیر V_C و V_D را بدست آورید.

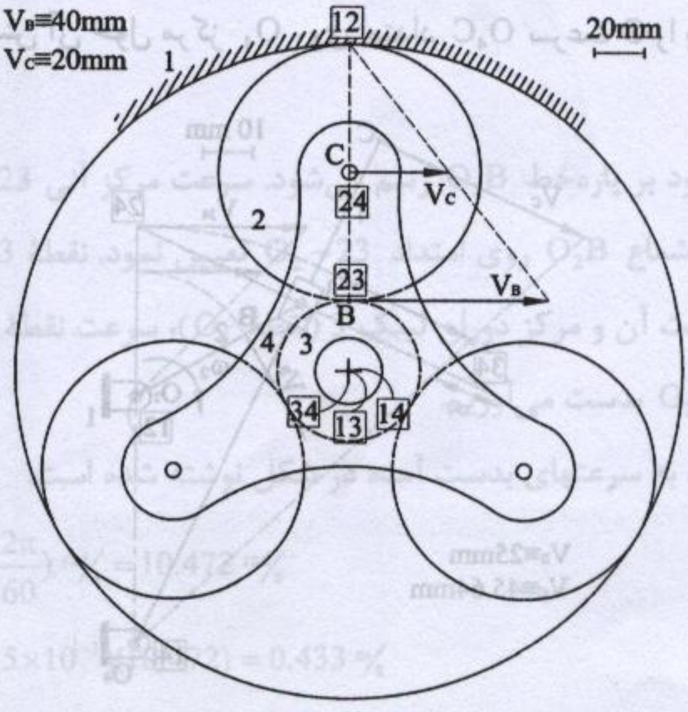
حل:

لینک 3 حول مرکز آنی 13 می‌گردد. با معلوم بودن سرعت یک نقطهٔ آن یعنی V_B می‌توان شعاع 13-B را روی امتدادهای 13-C و 13-D گرداند و سرعتهای نقاط C و D را مطابق شکل بدست آورد.



۵-۵) در شکل P4-5 ، V_B را با یک بردار به طول 40 mm نشان دهید. به کمک مراکز آنی، مقدار V_C را بدست آورید.

حل:



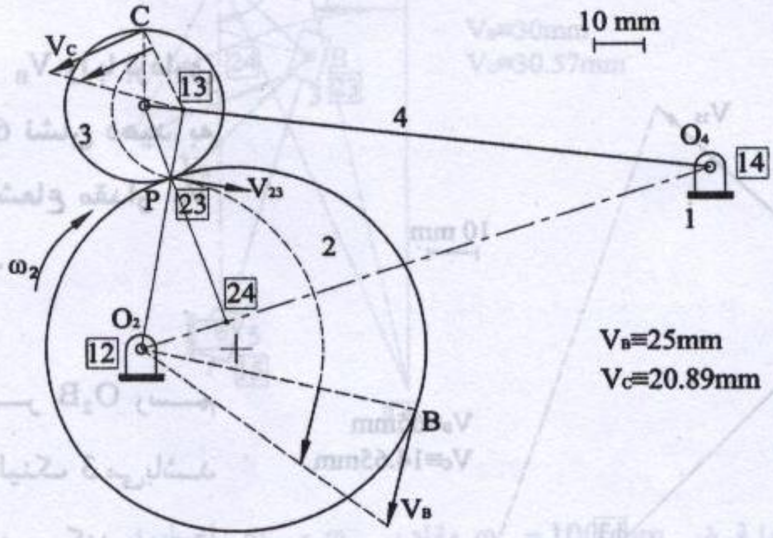
www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

سرعت V_B برابر با سرعت مرکز آنی 23 می‌باشد. نقطهٔ 23 نقطه‌ای متعلق به لینک 2 می‌باشد که حول 12 دوران می‌کند. پس با داشتن سرعت V_{23} می‌توان سرعت نقطهٔ 24 یا همان نقطهٔ C که نقطه‌ای دیگر از لینک 2 است را بدست آورد.

۵-۶) در شکل P4-6 ، V_B را با برداری به طول 25 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع مقدار V_C را بدست آورید.

حل:

بردار V_B را عمود بر O_2B رسم می‌کنیم. سرعت مرکز آنی 23 به عنوان نقطه‌ای از لینک 2 با گرداندن شعاع $O_2 - 23$ روی O_2B تعیین می‌شود. نقطهٔ 23 همچنین نقطه‌ای از لینک 3 می‌باشد که حول 13 دوران می‌کند. پس با داشتن سرعت آن و گرداندن شعاع آن روی 13-C سرعت C بدست می‌آید.

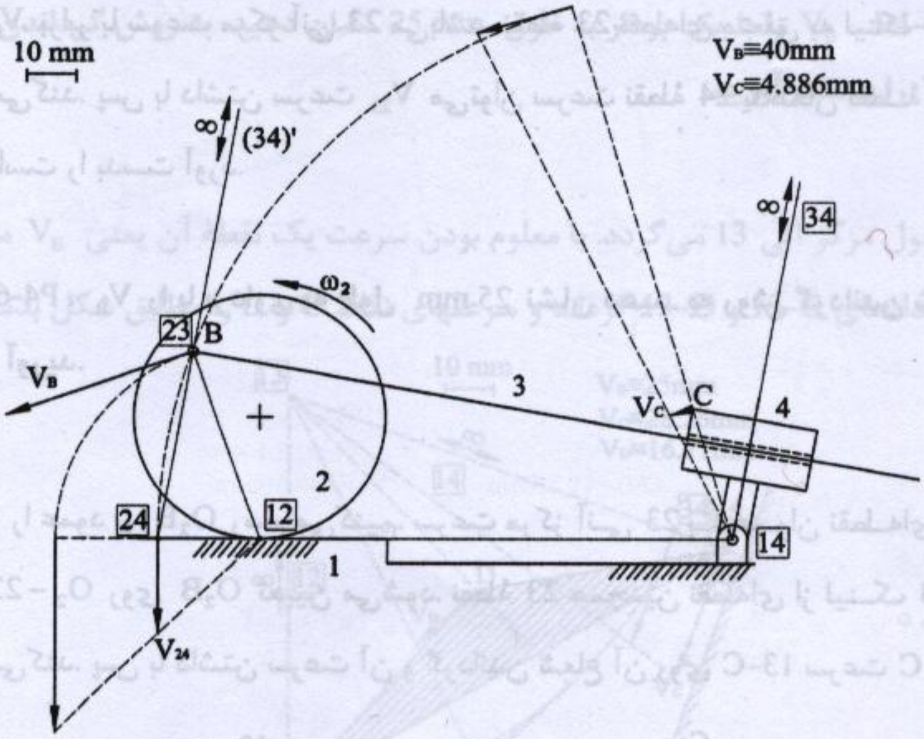


۵-۷) در شکل P4-7 ، V_B را با برداری به طول 40 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع مقدار V_C را بدست آورید.

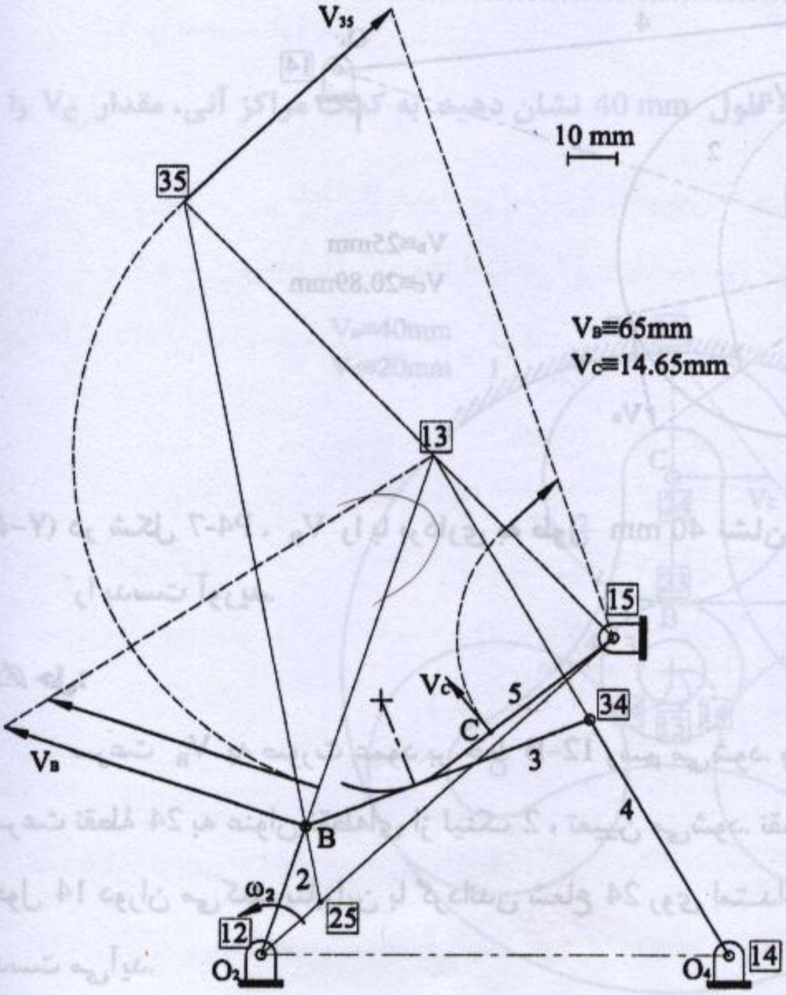
حل:

سرعت V_B به صورت عمود بر خط 12-B رسم می‌شود. با گرداندن شعاع B روی امتداد 12-24 سرعت نقطهٔ 24 به عنوان نقطه‌ای از لینک 2 ، تعیین می‌شود. نقطهٔ 24 نقطه‌ای از لینک 4 نیز می‌باشد که حول 14 دوران می‌کند. بنابراین با گرداندن شعاع 24 روی امتداد 14-C ، سرعت نقطهٔ C مطابق شکل بدست می‌آید.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه



۵-۸) در شکل P4-8 ، V_B را با برداری به طول 65 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع مقدار V_C را بدست آورید.



حل:

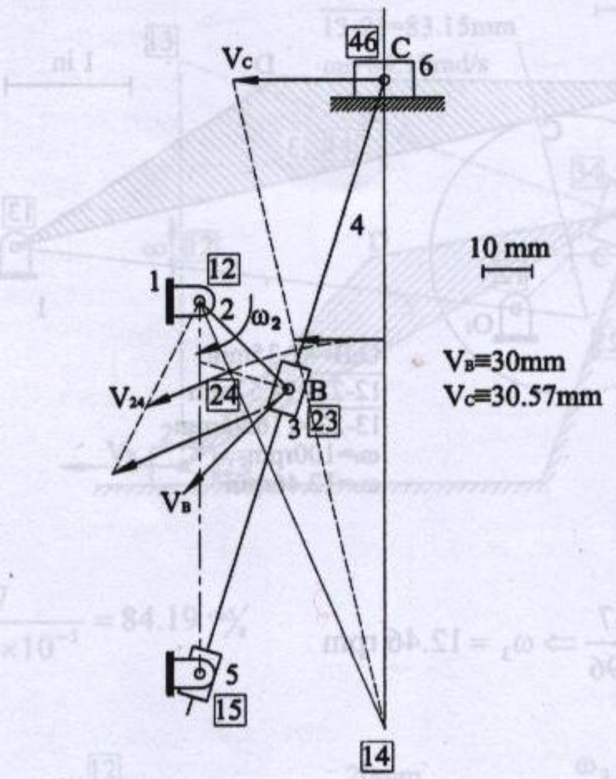
V_B را عمود بر O_2B رسم می‌کنیم. B نقطه‌ای از لینک 3 می‌باشد که حول نقطهٔ 13 دوران می‌کند. سرعت نقطهٔ 35 به عنوان نقطهٔ دیگری روی لینک 3 با گرداندن شعاع آن حول 13 تعیین می‌گردد. نقطهٔ 35 نقطه‌ای از لینک 5 نیز می‌باشد که حول نقطهٔ 15 دوران می‌کند. پس با گرداندن شعاع نقطهٔ C حول 15 می‌توان سرعت C را با استفاده از سرعت نقطهٔ 35 بدست آورد.

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

۵-۹) در شکل P4-9 ، V_B را با برداری به طول 30 mm نشان دهید. به روش گرداندن شعاع مقدار V_C را بدست آورید.

حل:

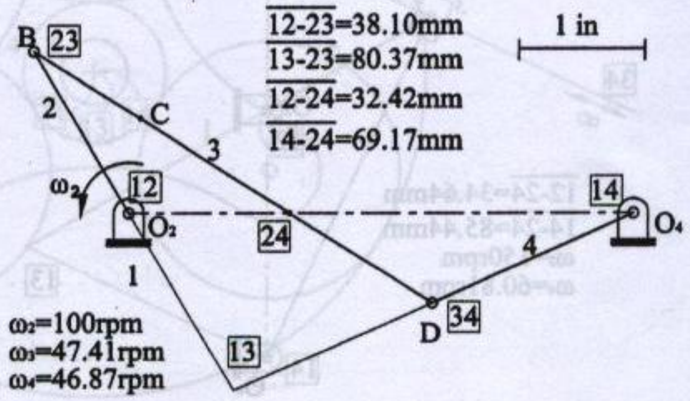
V_B به طور عمود بر O_2B رسم می‌گردد. با داشتن سرعت نقطهٔ B سرعت نقطهٔ 24 به روش گرداندن شعاع تعیین می‌شود. نقطهٔ 24 نقطه‌ای از لینک 4 نیز می‌باشد که حول 14 دوران می‌کند. پس با داشتن سرعت 24 می‌توان سرعت نقطهٔ C را که نقطهٔ دیگری از لینک 4 می‌باشد، مطابق شکل تعیین نمود.



۵-۱۰) در شکل P4-1 با فرض $\omega_2 = 100$ rpm مقادیر ω_3 و ω_4 را بیابید.

حل:

$\omega_2 = 100$ rpm



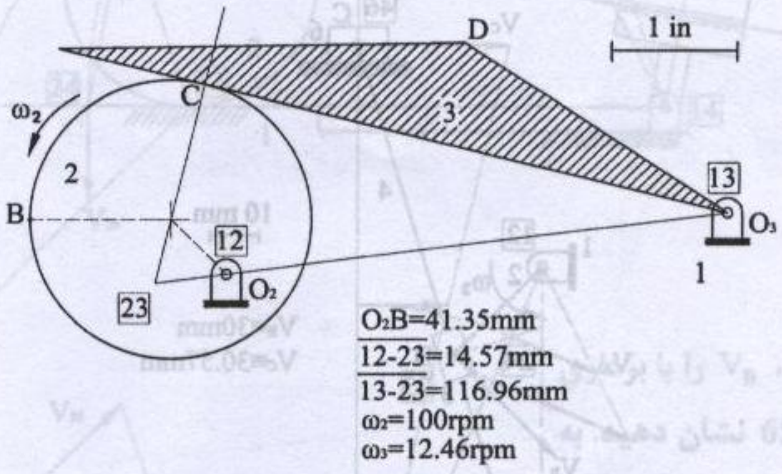
www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{\overline{12-23}}{\overline{13-23}} \Rightarrow \frac{\omega_3}{100}=\frac{38.1}{80.37} \Rightarrow \omega_3 = 47.41 \text{ rpm}$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2}=\frac{\overline{12-24}}{\overline{14-24}} \Rightarrow \frac{\omega_4}{100}=\frac{32.42}{69.17} \Rightarrow \omega_4 = 46.87 \text{ rpm}$$

۵-۱۱) در شکل P4-2 با فرض $\omega_2 = 100$ rpm مقدار ω_3 را بیابید.

حل:

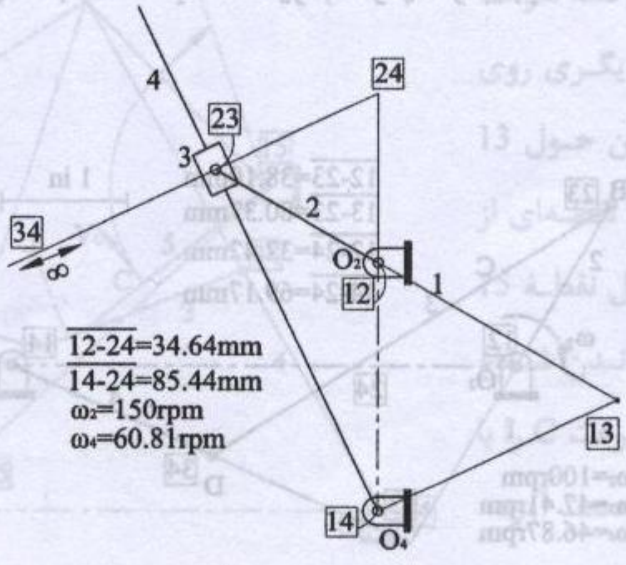


$\omega_2 = 100$ rpm

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{\overline{12-23}}{\overline{13-23}} \Rightarrow \frac{\omega_3}{100}=\frac{14.57}{116.96} \Rightarrow \omega_3 = 12.46 \text{ rpm}$$

۵-۱۲) در شکل P4-3 با فرض $\omega_2 = 150$ rpm مقدار ω_4 را بیابید.

حل:



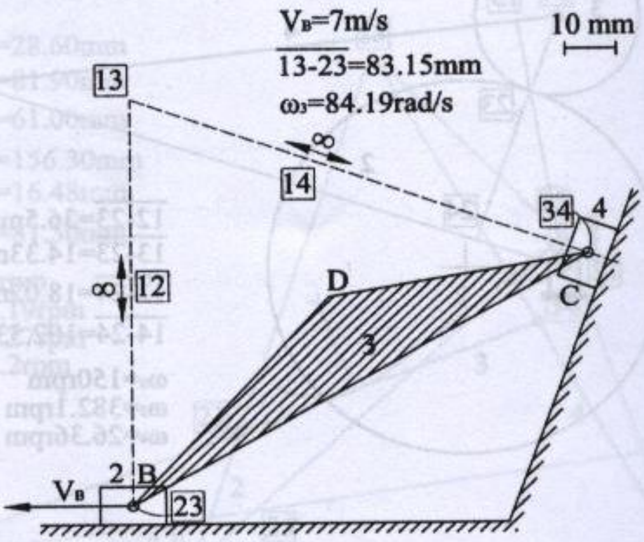
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

$\omega_2 = 150\ rpm$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{\overline{12-24}}{\overline{14-24}} \Rightarrow \frac{\omega_4}{150} = \frac{34.64}{85.44} \Rightarrow \omega_4 = 60.81\ rpm$$

۵-۱۳) در شکل P4-4 ، با فرض $V_B = 7\ m/s$ ، مقدار ω_3 را بر حسب رادیان بر ثانیه بیابید.

حل:

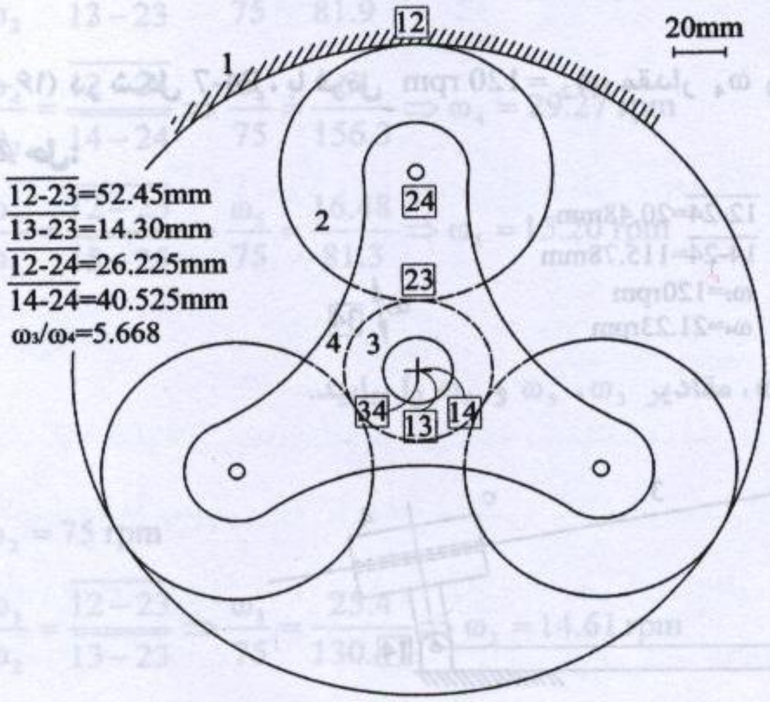


$V_B = 7\ m/s$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{\overline{13-23}} = \frac{7}{83.15 \times 10^{-3}} = 84.19\ rad/s$$

۵-۱۴) در شکل P4-5 ، نسبت $\frac{\omega_3}{\omega_4}$ را بدست آورید.

حل:

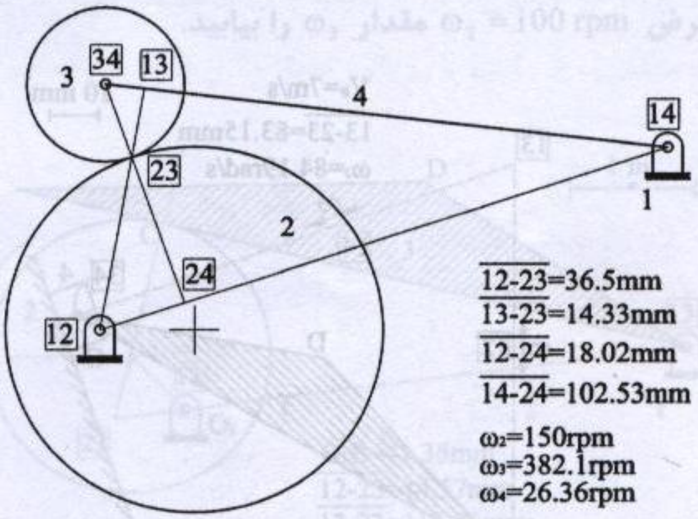


www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

$$\frac{\omega_3}{\omega_4}=\frac{\omega_3}{\omega_2}\frac{\omega_2}{\omega_4}=\frac{\overline{12-23}}{13-23}\frac{\overline{14-24}}{12-24}=(\frac{52.45}{14.3})(\frac{40.525}{26.225})=5.668$$

۵-۱۵) در شکل P4-6 ، با فرض $\omega_2=150$ rpm ، مقادیر ω_3 و ω_4 را بیابید.

حل:



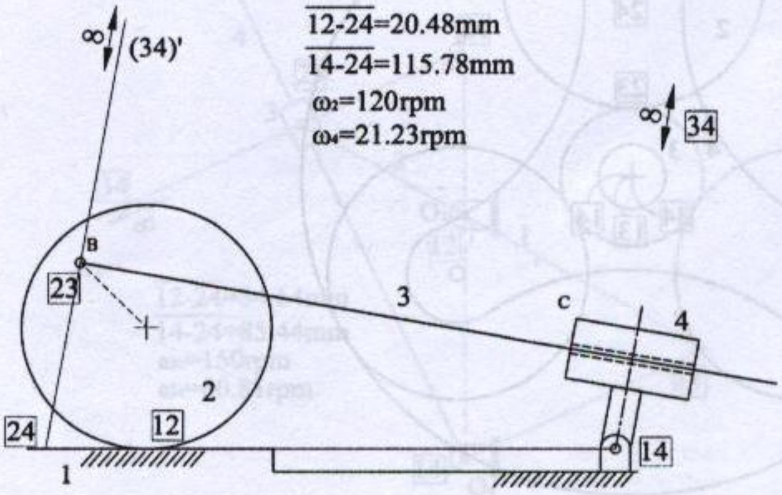
$\omega_2=150$ rpm

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{\overline{12-23}}{13-23}\Rightarrow\frac{\omega_3}{150}=\frac{36.5}{14.33}\Rightarrow\omega_3=382.1\text{ rpm}$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2}=\frac{\overline{12-24}}{14-24}\Rightarrow\frac{\omega_4}{150}=\frac{18.02}{102.53}\Rightarrow\omega_4=26.36\text{ rpm}$$

۵-۱۶) در شکل P4-7 ، با فرض $\omega_2=120$ rpm ، مقدار ω_4 را بیابید.

حل:



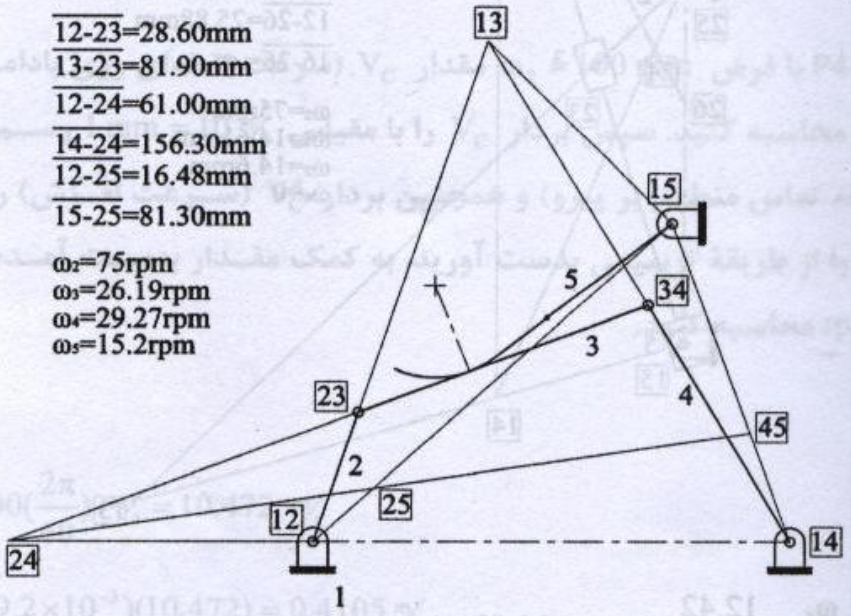
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

$\omega_2 = 120 \text{ rpm}$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{\overline{12-24}}{\overline{14-24}} \Rightarrow \frac{\omega_4}{120} = \frac{20.48}{115.78} \Rightarrow \omega_4 = 21.23 \text{ rpm}$$

۵-۱۷) در شکل P4-8 ، با فرض $\omega_2 = 75$ rpm ، مقادیر ω_3 ، ω_4 و ω_5 را بیابید.

حل:



$\omega_2 = 75 \text{ rpm}$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{\overline{12-23}}{\overline{13-23}} \Rightarrow \frac{\omega_3}{75} = \frac{28.6}{81.9} \Rightarrow \omega_3 = 26.19 \text{ rpm}$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{\overline{12-24}}{\overline{14-24}} \Rightarrow \frac{\omega_4}{75} = \frac{61}{156.3} \Rightarrow \omega_4 = 29.27 \text{ rpm}$$

$$\frac{\omega_5}{\omega_2} = \frac{\overline{12-25}}{\overline{15-25}} \Rightarrow \frac{\omega_5}{75} = \frac{16.48}{81.3} \Rightarrow \omega_5 = 15.20 \text{ rpm}$$

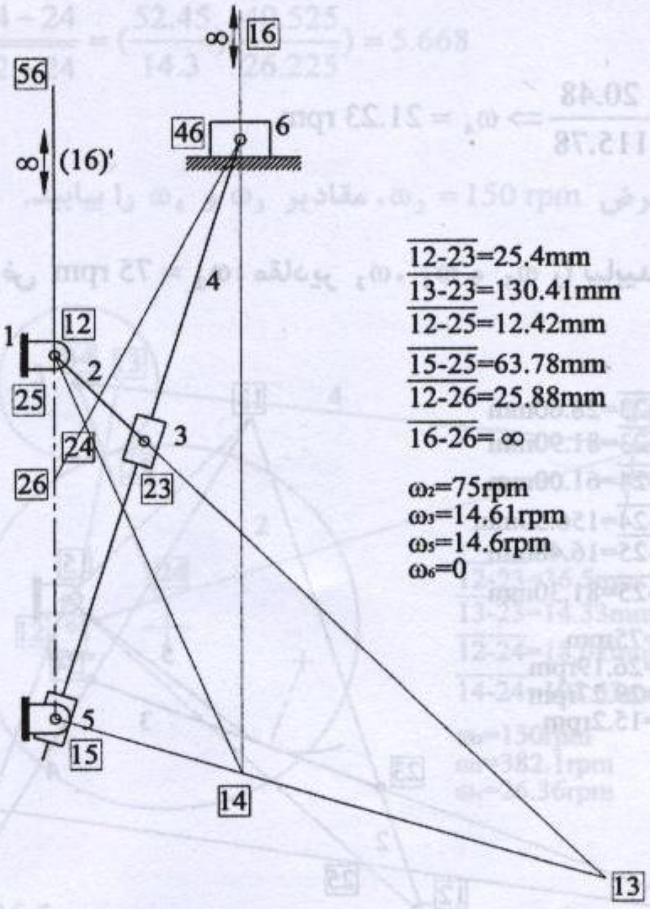
۵-۱۸) در شکل P4-9 ، با فرض $\omega_2 = 75$ rpm ، مقادیر ω_3 ، ω_5 و ω_6 را بیابید.

حل:

$\omega_2 = 75 \text{ rpm}$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{\overline{12-23}}{\overline{13-23}} \Rightarrow \frac{\omega_3}{75} = \frac{25.4}{130.41} \Rightarrow \omega_3 = 14.61 \text{ rpm}$$

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه



$$\frac{\omega_5}{\omega_2}=\frac{\overline{12-25}}{\overline{15-25}}\Rightarrow\frac{\omega_5}{75}=\frac{12.42}{63.78}\Rightarrow\omega_5=14.60\text{ rpm}$$

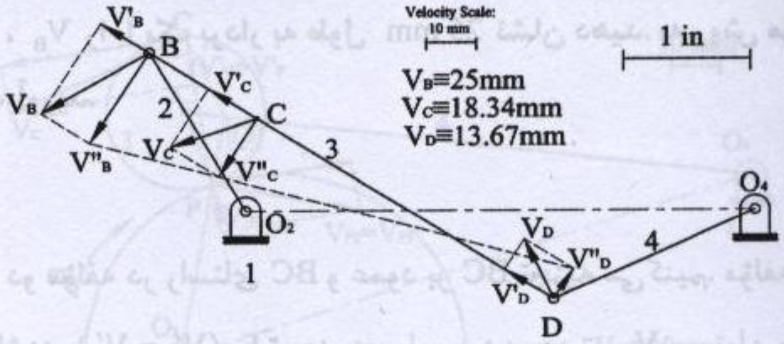
$$\frac{\omega_6}{\omega_2}=\frac{\overline{12-26}}{\overline{16-26}}\Rightarrow\frac{\omega_6}{75}=\frac{25.88}{\infty}\Rightarrow\omega_6=0$$

۵-۱۹) در شکل P4-1 ، V_B را با یک بردار به طول 25 mm نشان دهید. به روش مؤلفه‌ها، مقادیر V_D و V_C را بدست آورید.

حل:

V_B عمود بر 2 می‌باشد که آن را به دو مؤلفهٔ مماس بر لینک 3 (V'_B) و عمود بر 3 (V''_B) تجزیه می‌کنیم. مؤلفهٔ مماسی V'_B با مؤلفهٔ مماسی V'_D برابر است. از طرفی جهت بردار V_D عمود بر 4 می‌باشد. بنابراین می‌توان مؤلفهٔ قائم آن یعنی V''_D را تعیین کرد. خطی که انتهای V''_D را به انتهای V''_B متصل می‌کند، مؤلفهٔ قائم سرعت C یعنی V''_C را تعیین می‌کند. مؤلفهٔ مماسی آن (V'_C) نیز برابر با V'_D می‌باشد.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

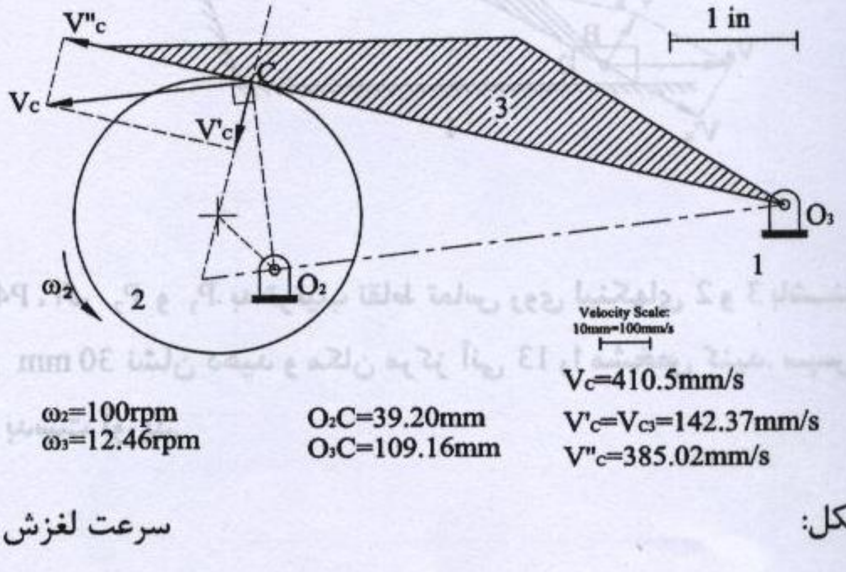


۵-۲۰) در شکل P4-2 با فرض $\omega_2 = 100\ rpm$ مقدار V_C (سرعت نقطه‌ای روی بادامک) را بر حسب متر بر ثانیه محاسبه کنید. سپس بردار V_C را با مقیاس $1\ mm = 10\ m/s$ رسم کنید. بردار V'_C (سرعت نقطه تماس منطبق بر پیرو) و همچنین بردار V''_C (سرعت لغزش) را مشخص کنید و مقادیر آنها را از طریقهٔ ترسیمی بدست آورید. به کمک مقدار بدست آمده برای V'_C، ω_3 را بر حسب rpm محاسبه کنید.

حل:

$$\omega_2 = 100\ rpm = 100\left(\frac{2\pi}{60}\right)\ rad/s = 10.472\ rad/s$$

$$V_C = \overline{O_2C}\,\omega_2 = (39.2\times10^{-3})(10.472) = 0.4105\ m/s$$



با توجه به شکل:

$V''_C = 385.02\ mm/s$ سرعت لغزش

$$V'_C = V_{C_3} = 142.37\ mm/s$$

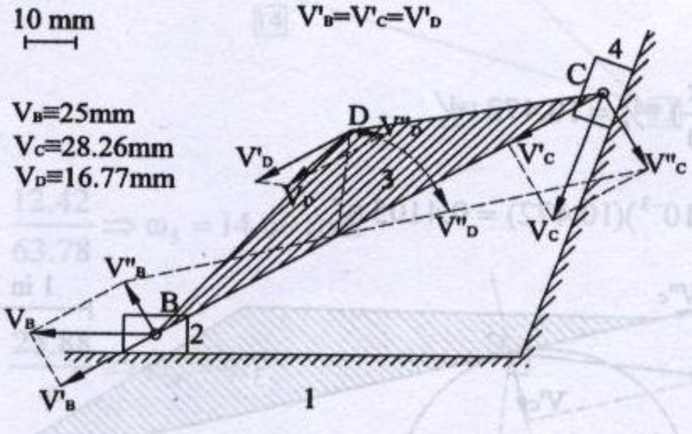
$$\omega_3 = \frac{V_{C_3}}{O_3C} = \frac{142.37}{109.16} = 1.304\ rad/s = 12.46\ rpm$$

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

۵-۲۱) در شکل P4-4 ، V_B را با یک بردار به طول 25 mm نشان دهید. به روش مؤلفه‌ها، مقادیر V_D و V_C را بدست آورید.

حل:

بردار V_B را به دو مؤلفه در راستای BC و عمود بر BC تجزیه می‌کنیم. مؤلفه‌های مماس سرعتهای B و C با هم برابر می‌باشند $(V'_B = V'_C)$. با توجه به معلوم بودن جهت V_C می‌توان مؤلفهٔ قائم آن (V''_C) را نیز تعیین کرد. خطی که انتهای V''_B و V''_C را به هم متصل می‌کند، خط BC را در نقطه‌ای قطع می‌کند که می‌توان گفت لینک 3 ، صرف نظر از حرکت انتقالی خود، حول آن نقطه دوران می‌کند. بنابراین می‌توان سرعت دوران نقطهٔ D را حول این نقطه با گرداندن شعاع تعیین کرد. این مؤلفه V''_D می‌باشد و مؤلفهٔ دیگر آن V'_D که حرکت انتقالی لینک را نشان می‌دهد با V'_B برابر است. V_D حاصل جمع برداری این دو مؤلفه است.

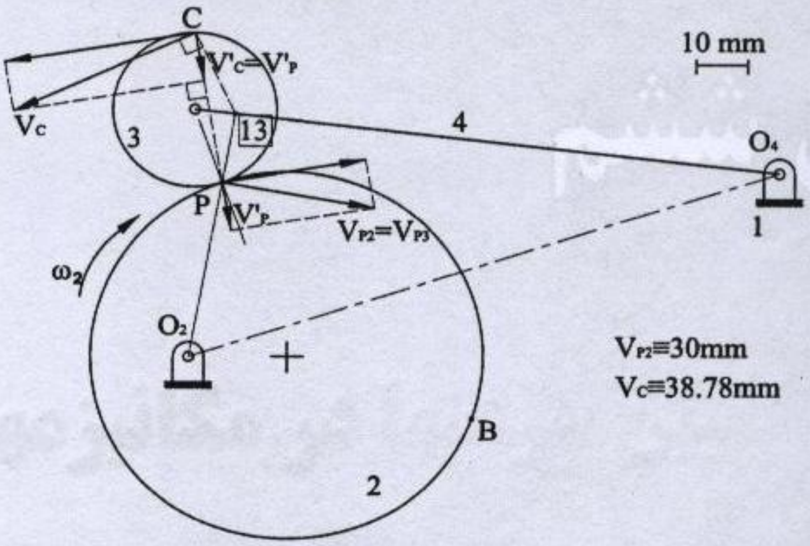


۵-۲۲) در شکل P4-6 ، اگر P_2 و P_3 به ترتیب نقاط تماس روی لینکهای 2 و 3 باشند، V_{P_2} را با یک بردار به طول 30 mm نشان دهید و مکان مرکز آنی 13 را مشخص کنید. سپس به روش مؤلفه‌ها مقدار V_C را بدست آورید.

حل:

V_{P_2} برابر با V_{P_3} می‌باشد (غلتش خالص) که آن را به دو مؤلفهٔ مماس و عمود بر خط PC تجزیه می‌کنیم. مؤلفهٔ مماسی V'_{P_2} با مؤلفهٔ مماسی V'_C برابر است. جهت V_C عمود بر خط 13-C می‌باشد؛ بنابراین با داشتن مؤلفهٔ V'_C و جهت V_C می‌توان آن را محاسبه نمود.

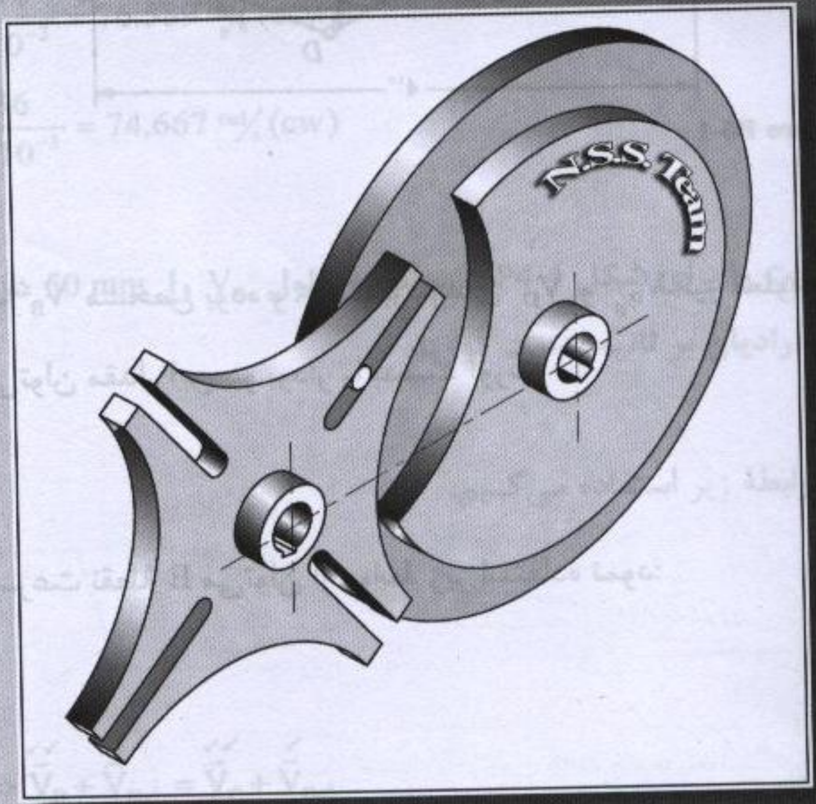
www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

فصل ششم

تعیین سرعتها در مکانیزمها به روش سرعتهای نسبی



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

➢ مسائل زیر باید به روش سرعت نسبی حل شوند. تصویر هر نقطه‌ای را که روی مکانیزم نامگذاری شده است، در چندضلعیهای سرعت، نامگذاری کنید. مقیاس $1\,mm = 0.120\, m/s$ را برای رسم سرعتها در نظر بگیرید؛ مگر آنکه مقیاس دیگری داده شده باشد. در مسائلی که سرعتهای زاویه‌ای خواسته شده‌اند، هم مقدار و هم جهت آنها (ساعتگرد و پادساعتگرد) را تعیین کنید.

۶-۱) الف) چندضلعی سرعت را برای شکل P6-1 رسم کنید. طول V_B را 50 mm در نظر بگیرید.

ب) بردارهای V_B، V_D و V_E را روی مکانیزم نشان دهید و مقادیر آنها را بر حسب متر بر ثانیه بدست آورید.

ج) مقادیر ω_2، ω_3 و ω_4 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

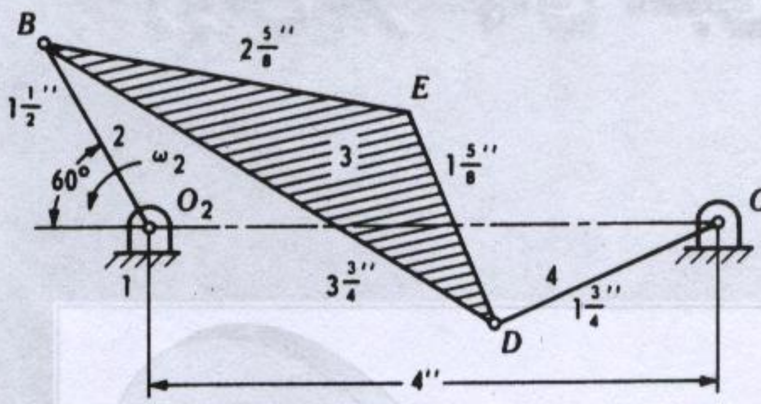


Figure P6-1

حل:

مقدار و جهت V_B مشخص بوده و جهت بردارهای V_D و $V_{D/B}$ نیز معلومند. پس با استفاده از رابطهٔ سرعت نسبی زیر، می‌توان مقدار این دو بردار را بدست آورد.

$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_D} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{D/B}}$$

برای تعیین سرعت نقطهٔ E می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

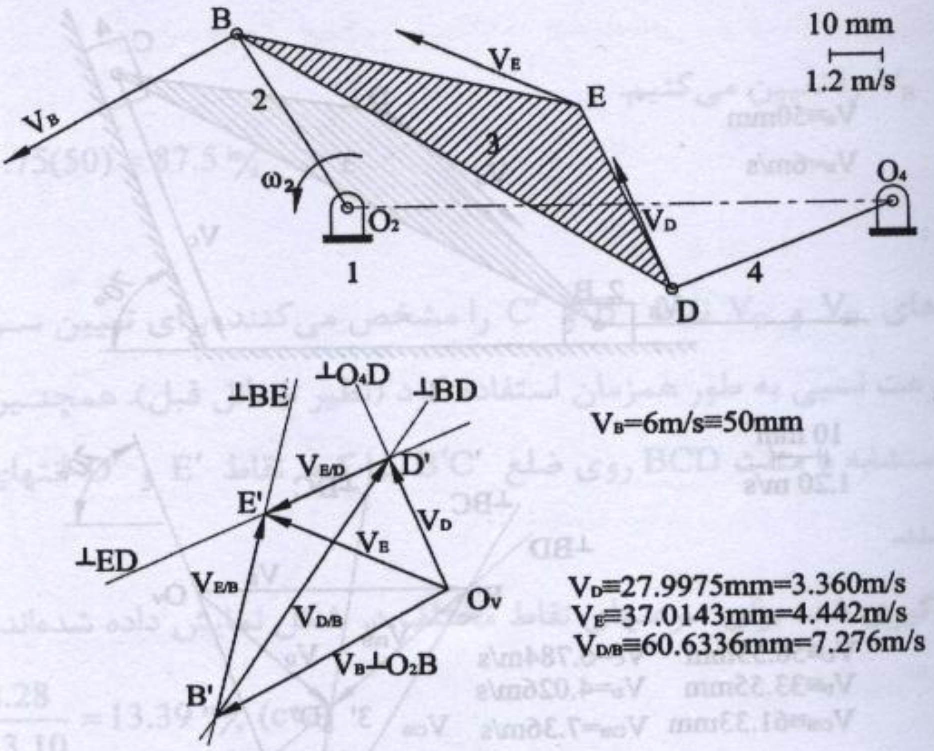
$$\vec{V}_E = \vec{V}_B + \vec{V}_{E/B}$$

$$\vec{V}_E = \vec{V}_D + \vec{V}_{E/D}$$

$$\Rightarrow \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{E/B}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_D} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{E/D}}$$

بردارهای تعیین شده به روش ترسیمی در شکل نشان داده شده‌اند.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه



$$\omega_2 = \frac{V_B}{O_2B} = \frac{6}{40\times10^{-3}} = 150 \ {}^{rad}\!/_{s} \ (ccw)$$

$$\omega_3 = \frac{V_{D/B}}{BD} = \frac{7.276}{95\times10^{-3}} = 76.589 \ {}^{rad}\!/_{s} \ (ccw)$$

$$\omega_4 = \frac{V_D}{O_4D} = \frac{3.36}{45\times10^{-3}} = 74.667 \ {}^{rad}\!/_{s} \ (cw)$$

۶-۲) الف) چندضلعی سرعت را برای شکل P4-4 رسم کنید. طول V_B را 50 mm در نظر بگیرید.

ب) ω_3 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

حل:

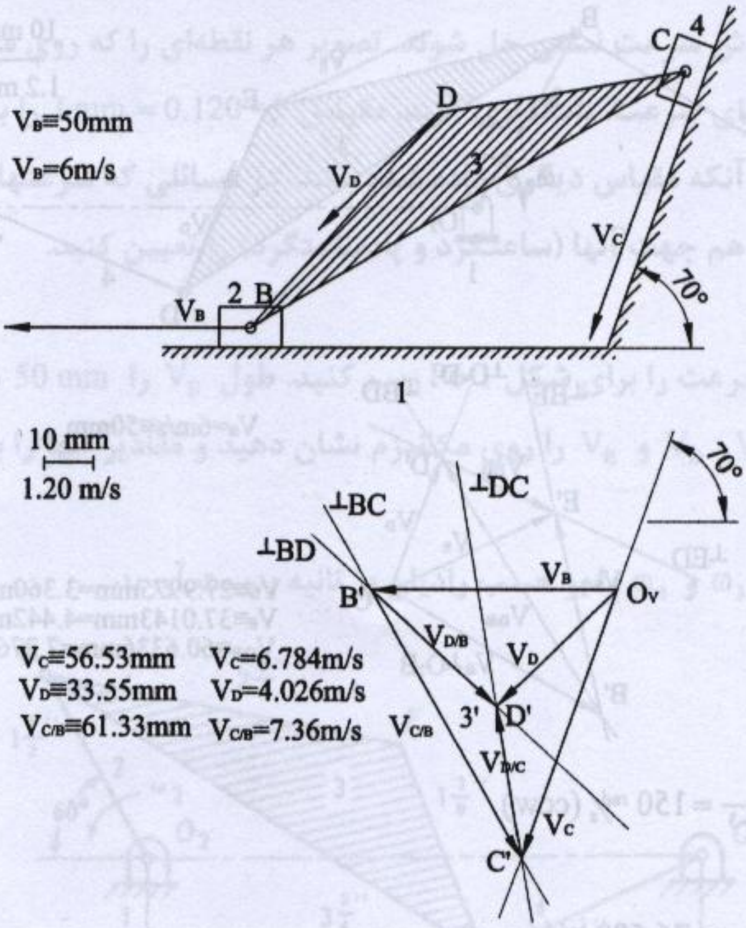
برای تعیین V_C از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_C} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{C/B}}$$

و برای تعیین V_D :

$$\begin{aligned}\vec{V}_D &= \vec{V}_B + \vec{V}_{D/B} \\ \vec{V}_D &= \vec{V}_C + \vec{V}_{D/C}\end{aligned} \Rightarrow \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{D/B}} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_C} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{D/C}}$$

$$\omega_3 = \frac{V_{C/B}}{CB} = \frac{7.36}{102\times10^{-3}} = 72.157 \ {}^{rad}\!/_{s} \ (cw)$$



۶-۳) الف) چندضلعی سرعت را برای شکل P6-3 رسم کنید. برای سرعتها از مقیاس $1\ in = 25\ ^{in}/_{s}$ استفاده کنید.

ب) ω_3 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

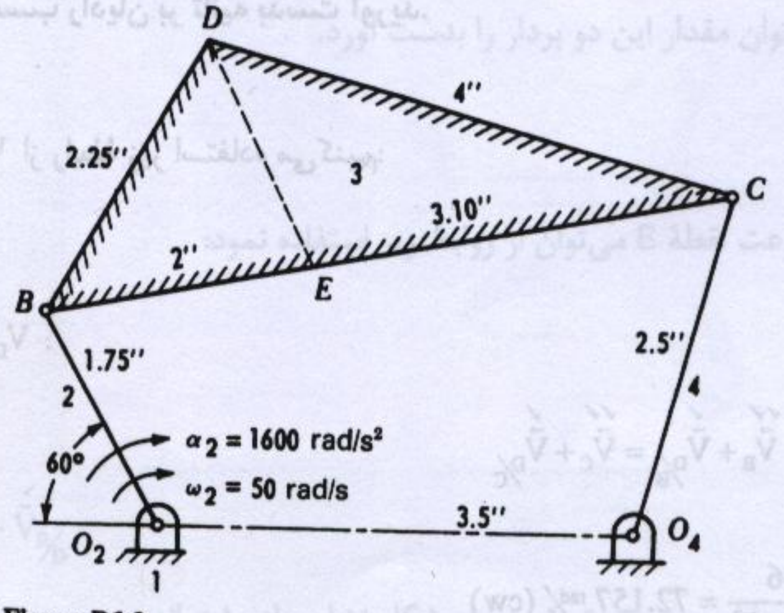


Figure P6-3

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

حل:

ابتدا سرعت V_B را تعیین می‌کنیم.

$$V_B = O_2B\omega_2 = 1.75(50) = 87.5\ {}^{in}\!/\!{}_s$$

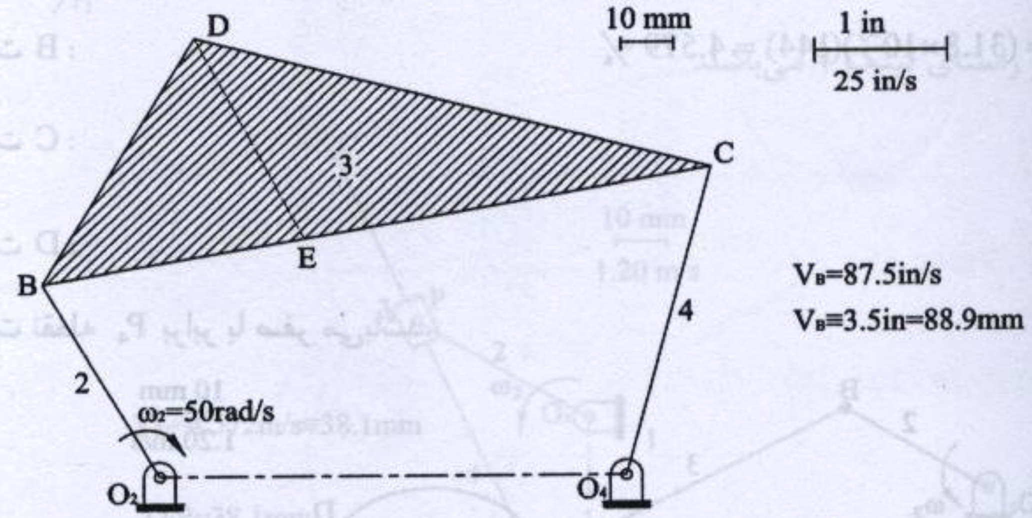
سرعت V_C :

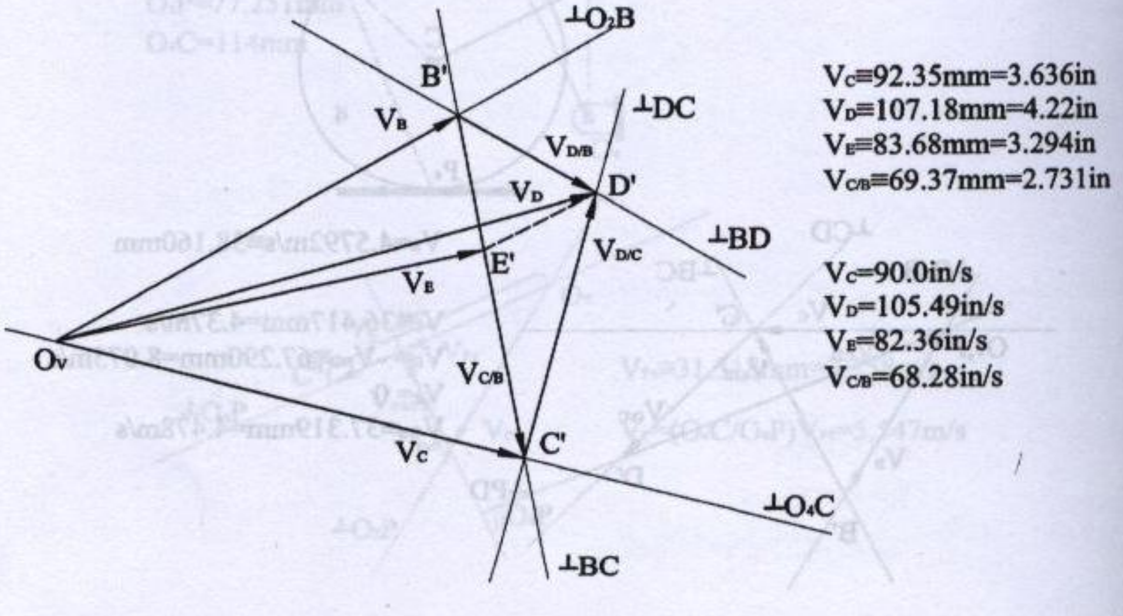
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_C} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{C/B}}$$

انتهای بردارهای V_B و V_C نقاط B' و C' را مشخص می‌کنند. برای تعیین سرعتهای V_D و V_E می‌توان از روابط سرعت نسبی به طور همزمان استفاده کرد (نظیر مسائل قبل). همچنین می‌توان مثلث $B'C'D'$ را به طور متشابه با مثلث BCD روی ضلع $B'C'$ بنا کرد. نقاط E' و D' انتهای بردارهای V_E و V_D را تعیین می‌کنند.

مقادیر اندازه‌گیری شده برای سرعتهای نقاط مختلف در شکل نمایش داده شده‌اند.

$$\omega_3 = \frac{V_{C/B}}{BC} = \frac{68.28}{2+3.10} = 13.39\ {}^{rad}\!/\!{}_s\ (cw)$$





۴-۶) الف) در شکل P6-4 ، لینک 4 روی لینک 1 می‌غلتد. چندضلعی سرعت را رسم کنید.

$(\omega_2 = 144 \ rad/s)$

ب) ω_3 و ω_4 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

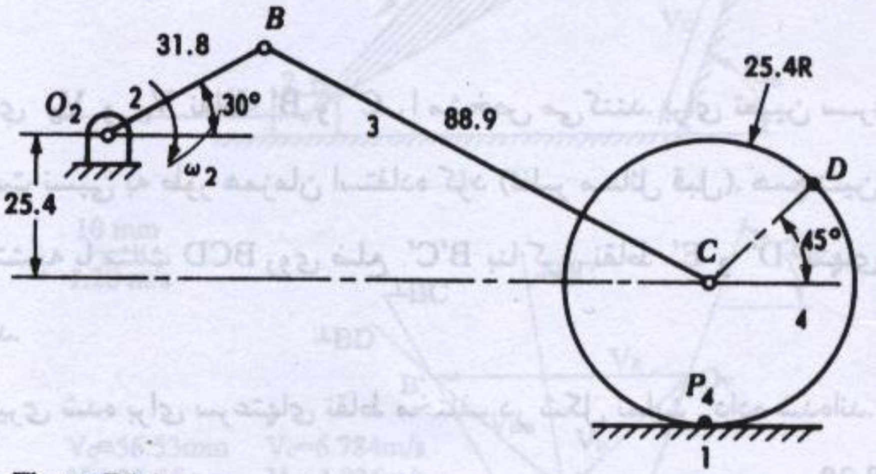


Figure P6-4

حل:

سرعت B :

$$V_B = O_2B\omega_2 = (31.8\times10^{-3})(144) = 4.579 \ m/s$$

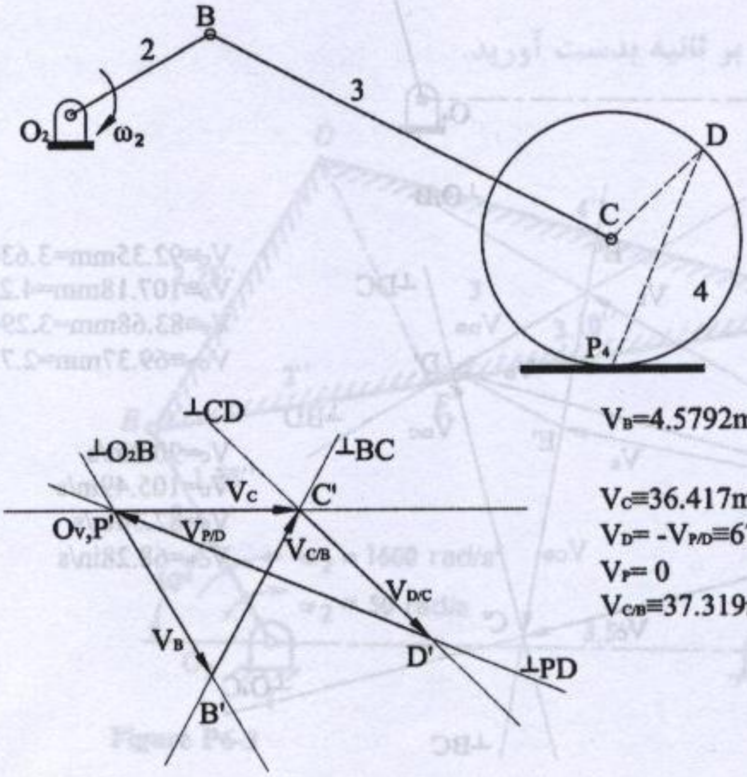
سرعت C :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{C/B}$$

سرعت D :

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{D/C}$$

سرعت نقطه P_4 برابر با صفر می‌باشد.



V_B=4.5792m/s≡38.160mm

V_C≡36.417mm=4.37m/s

V_D= -$V_{P/D}$≡67.290mm=8.075m/s

V_P= 0

$V_{C/B}$≡37.319mm=4.478m/s

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

$$\omega_3 = \frac{V_{C/B}}{BC} = \frac{4.478}{88.9\times10^{-3}} = 50.371\ {rad}/{s}\ (ccw)$$

$$\omega_4 = \frac{V_C}{PC} = \frac{4.37}{25.4\times10^{-3}} = 172.05\ {rad}/{s}\ (cw)$$

۶-۵) در شکل P4-3 در محل پین در لینک 3، دو نقطهٔ منطبق بر هم P_2 و P_4 را به ترتیب روی لینکهای 2 و 4 نامگذاری کنید. ω_2 را برابر 120 رادیان بر ثانیه در نظر بگیرید.

الف) چندضلعی سرعت را بر نقاط O_2، P_2، P_4 و C رسم کنید.

ب) ω_4 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

حل:

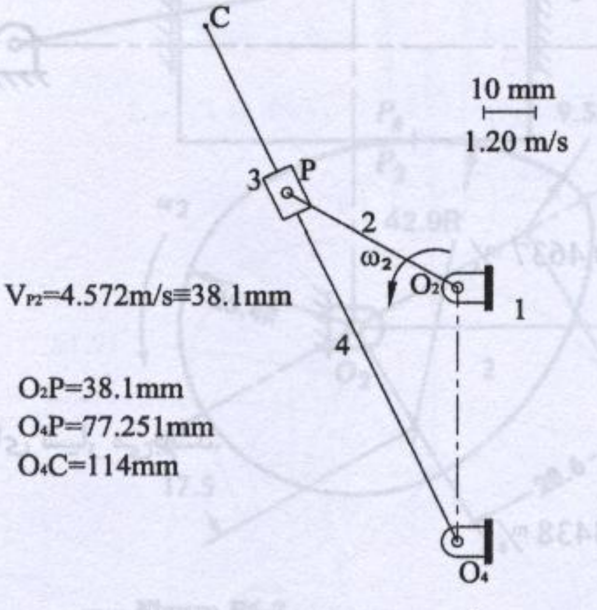
سرعت P_2 :

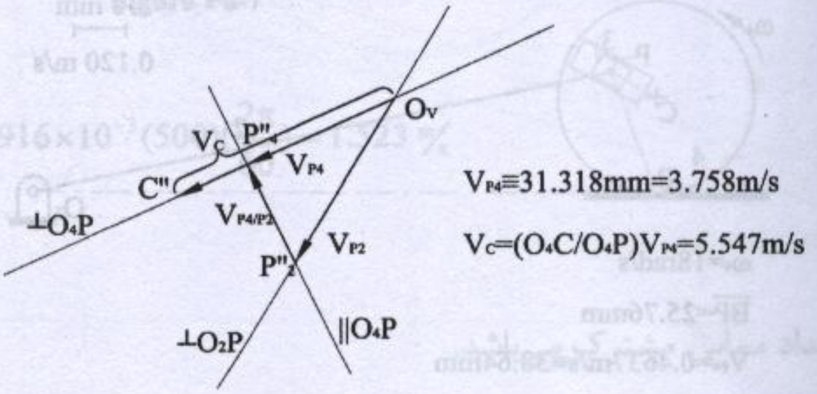
$$V_{P_2} = O_2P\,\omega_2 = (38.1\times10^{-3})(120) = 4.572\ {m}/{s}$$

سرعت P_4 :

$$\overset{\checkmark}{\vec{V}}_{P_4} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}}_{P_2} + \overset{\checkmark}{\vec{V}}_{P_4/P_2}$$

V_{P_4/P_2} در راستای لینک 4 می‌باشد.





سرعت C با تناسب فاصلهٔ آن از O_4 بدست می‌آید:

$$V_C = \frac{O_4C}{O_4P} V_{P_4} = \frac{114}{77.251}(3.758) = 5.546 \; m/s$$

$$\omega_4 = \frac{V_C}{O_4C} = \frac{5.546}{114 \times 10^{-3}} = 48.647 \; rad/s \; (ccw)$$

۶-۶) در شکل P6-6 جسم 4 روی جسم 1 می‌غلتد.

الف) چندضلعی سرعت را رسم کنید ($\omega_4 = 18 \; rad/s$). برای سرعتها از مقیاس $1\,mm = 0.0120 \; m/s$ استفاده کنید.

ب) ω_2 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

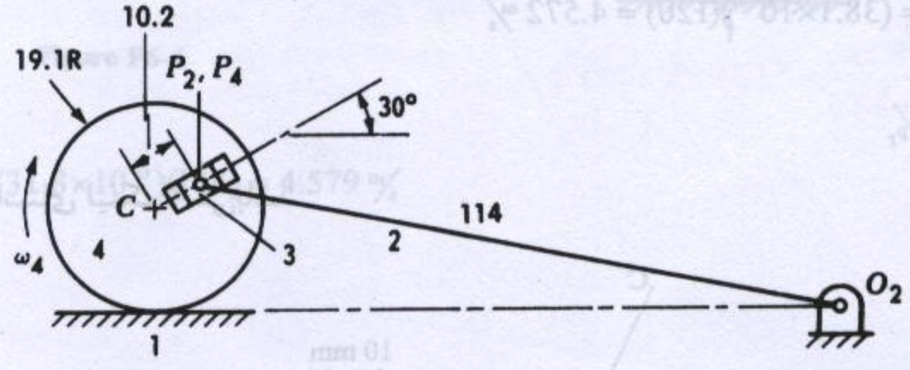


Figure P6-6

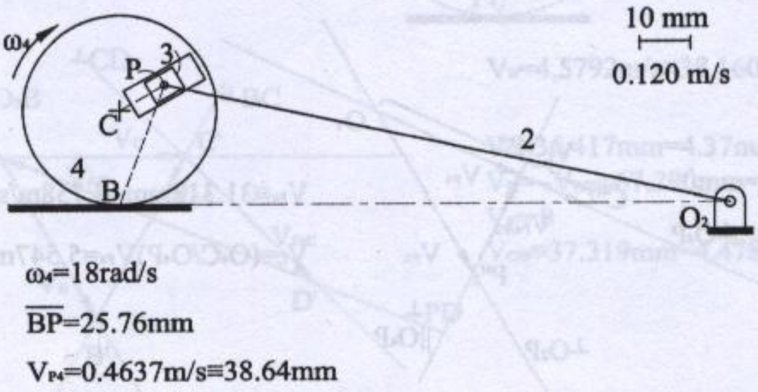
حل:

سرعت P_4 :
$$V_{P_4} = BP\omega_4 = 25.76 \times 10^{-3}(18) = 0.4637 \; m/s$$

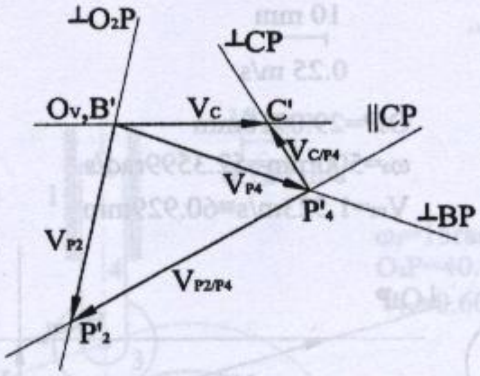
سرعت P_2 :
$$\vec{V}_{P_2} = \vec{V}_{P_4} + \vec{V}_{P_2/P_4}$$

V_{P_2/P_4} در راستای شیار می‌باشد.

سرعت C:
$$V_C = BC\omega_4 = 19.1 \times 10^{-3}(18) = 0.3438 \; m/s$$



www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه



V_{P2}=40.023mm=0.480m/s
V_C=28.648mm=0.3438m/s

$$\omega_2 = \frac{V_{P_2}}{O_2P} = \frac{0.48}{114\times10^{-3}} = 4.21\ \text{rad/s}\ (\text{ccw})$$

۶-۷) بادامک در شکل P6-7 ، با سرعت 500 rpm دوران می‌کند. اگر $O_2P_2 = 29.09$ mm، مطلوب است سرعت لینک 4 بر حسب متر بر ثانیه. (مقیاس سرعتها $1\ \text{mm} = 25\ \text{mm/s}$)

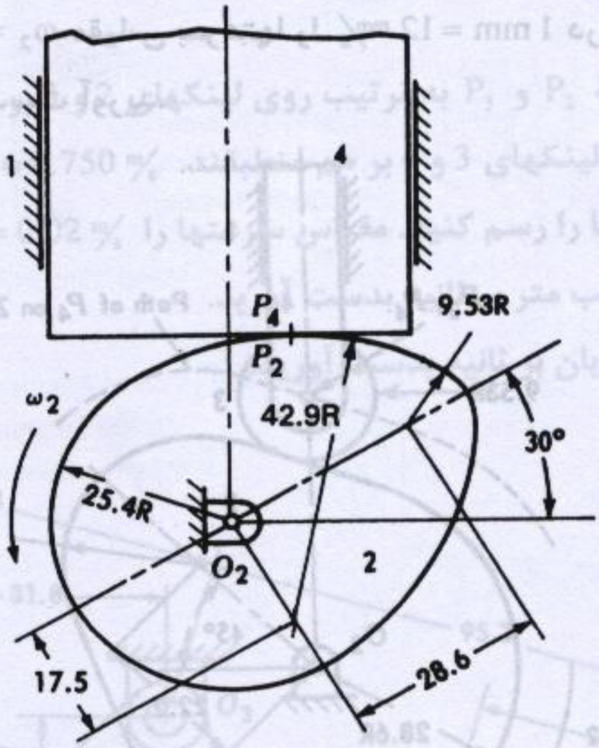


Figure P6-7

حل:

سرعت P_2 :

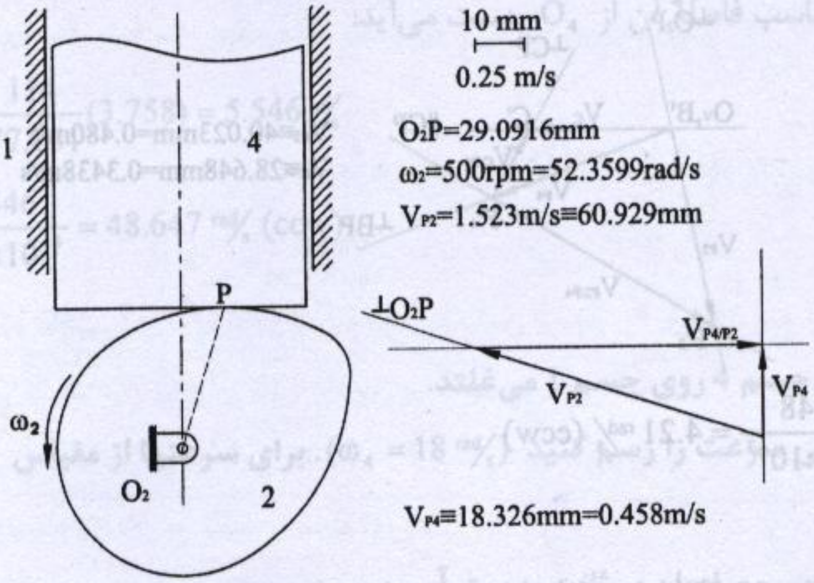
$$V_{P_2} = O_2P\omega_2 = 29.0916\times10^{-3}(500)\left(\frac{2\pi}{60}\right) = 1.523\ \text{m/s}$$

سرعت P_4 :

$$\vec{V}_{P_4} = \vec{V}_{P_2} + \vec{V}_{P_4/P_2}$$

V_{P_4/P_2} در امتداد مماس مشترک می‌باشد.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه



۶-۸) چندضلعی سرعت را برای شکل P6-8 رسم کنید. دو نقطهٔ P_2 و P_4 به ترتیب روی لینکهای 2 و 4 بر هم منطبقند. $\omega_2 = 15 \ {}^{rad}/_{s}$ مقیاس سرعتها را $1 \ mm = 12 \ {}^{mm}/_{s}$ در نظر بگیرید. سرعت لینک 4 را بر حسب متر بر ثانیه بدست آورید.

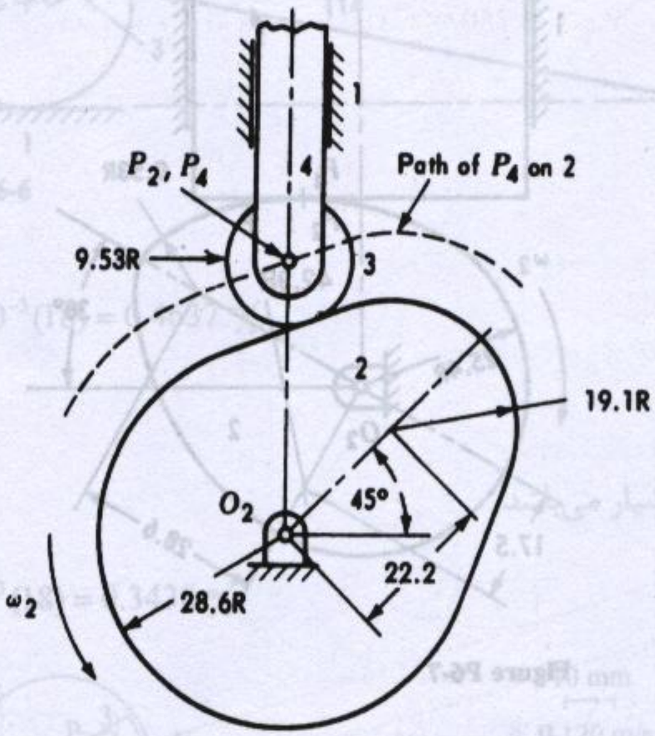


Figure P6-8

حل:

سرعت P_2 :

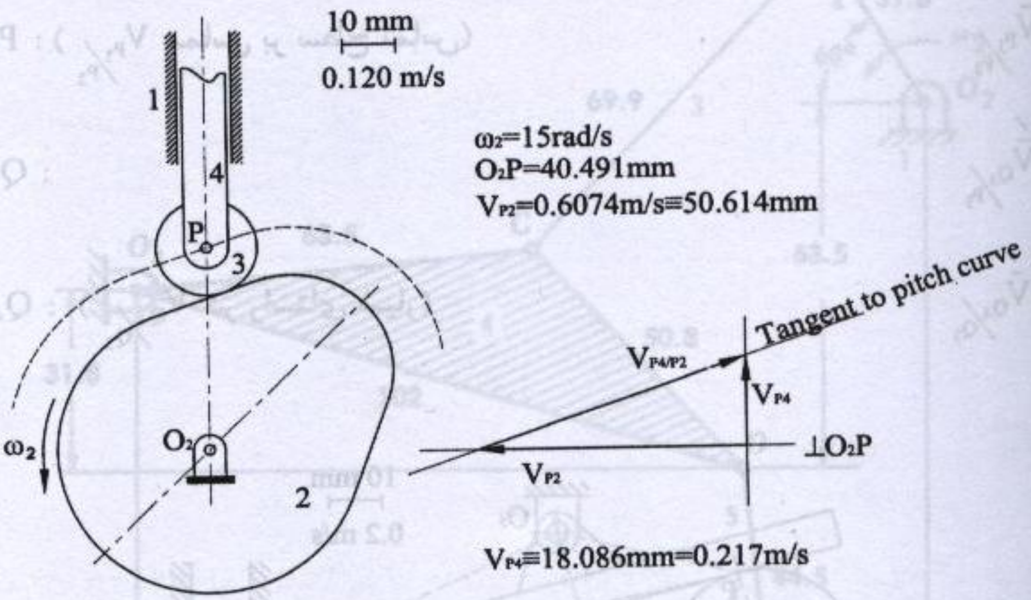
$$V_{P_2} = O_2P\,\omega_2 = 40.491\times10^{-3}(15) = 0.6074 \ {}^{m}/_{s}$$

سرعت P_4 :

$$\overset{\checkmark}{\vec{V}}_{P_4} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}}_{P_2} + \overset{\checkmark}{\vec{V}}_{P_4/P_2}$$

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

V_{P_4/P_2} مماس بر منحنی گام بادامک است.



۶-۹) در شکل P6-9 ، دو نقطهٔ P_2 و P_3 به ترتیب روی لینکهای 2 و 3 بر هم منطبقند و دو نقطـهٔ Q_3 و Q_4 هم به ترتیب روی لینکهای 3 و 4 بر هم منطبقند. $V_{P_2} = 0.750 \ m/s$

الف) چندضلعی سرعتها را رسم کنید. مقیاس سرعتها را $1 \ mm = 0.02 \ m/s$ در نظر بگیرید. سرعت خطی لینک 4 را بر حسب متر بر ثانیه بدست آورید.

ب) ω_3 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

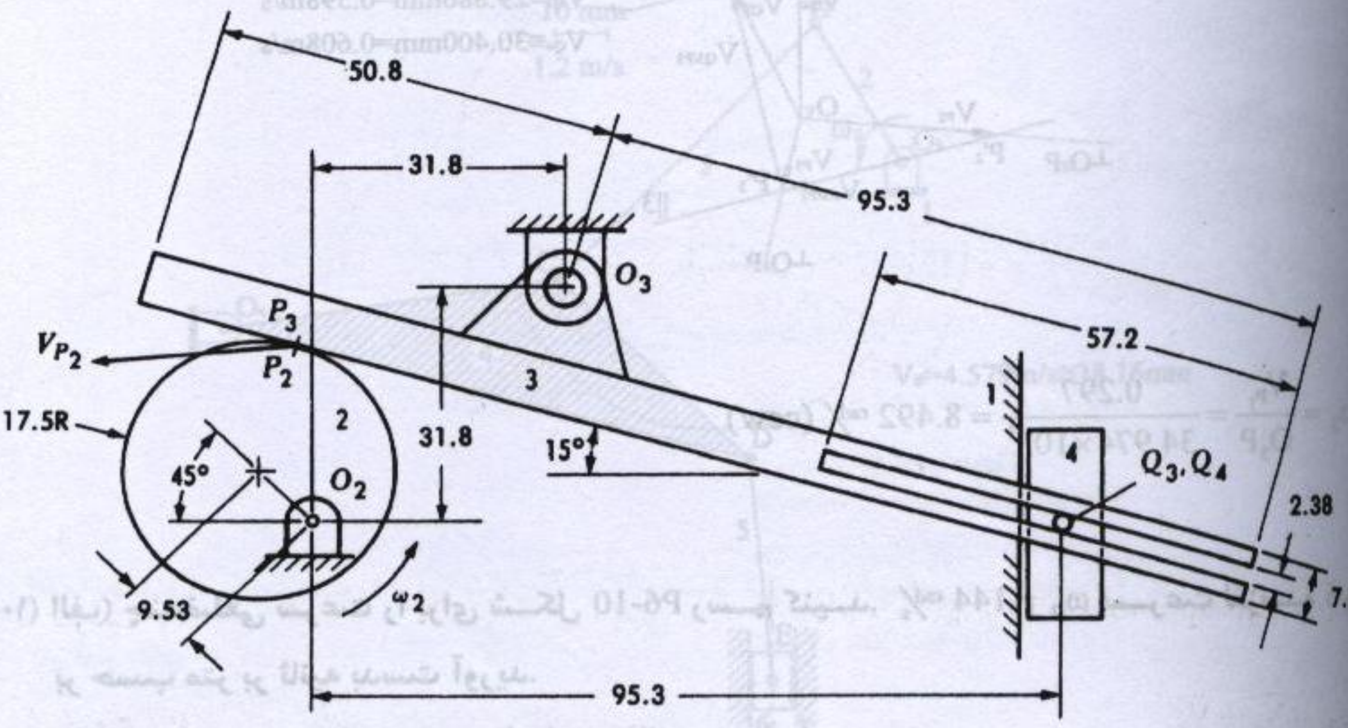


Figure P6-9

www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

حل:

سرعت P_3 : (V_{P_3/P_2} مماس بر سطح تماس)

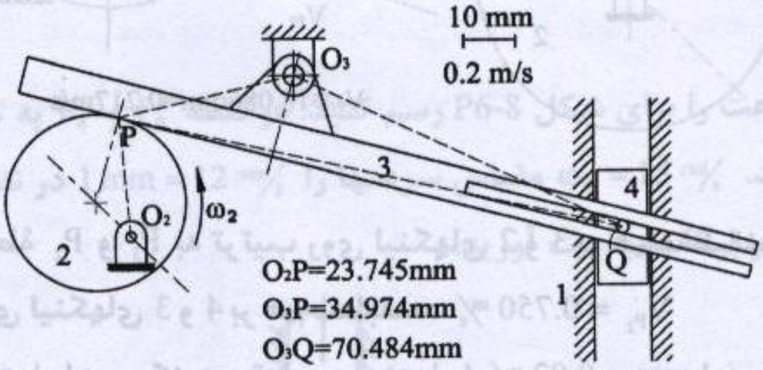
$$\vec{V}_{P_3} = \vec{V}_{P_2} + \vec{V}_{P_3/P_2}$$

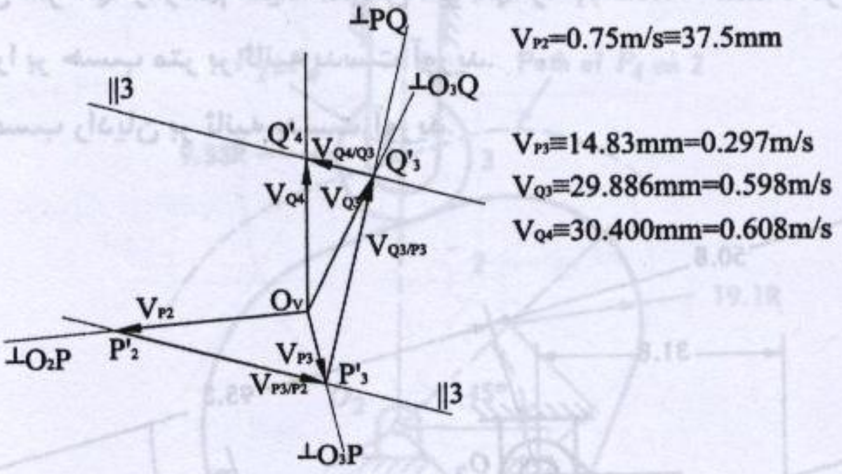
سرعت Q_3 :

$$\vec{V}_{Q_3} = \vec{V}_{P_3} + \vec{V}_{Q_3/P_3}$$

سرعت Q_4 : (V_{Q_4/Q_3} در راستای شیار)

$$\vec{V}_{Q_4} = \vec{V}_{Q_3} + \vec{V}_{Q_4/Q_3}$$





$$\omega_3 = \frac{V_{P_3}}{O_3P} = \frac{0.297}{34.974\times10^{-3}} = 8.492 \text{ rad/s (ccw)}$$

۶–۱۰) الف) چندضلعی سرعت را برای شکل P6-10 رسم کنید. $\omega_2 = 144$ rad/s سرعت لغزندهٔ 6 را بر حسب متر بر ثانیه بدست آورید.

ب) ω_3، ω_4 و ω_5 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

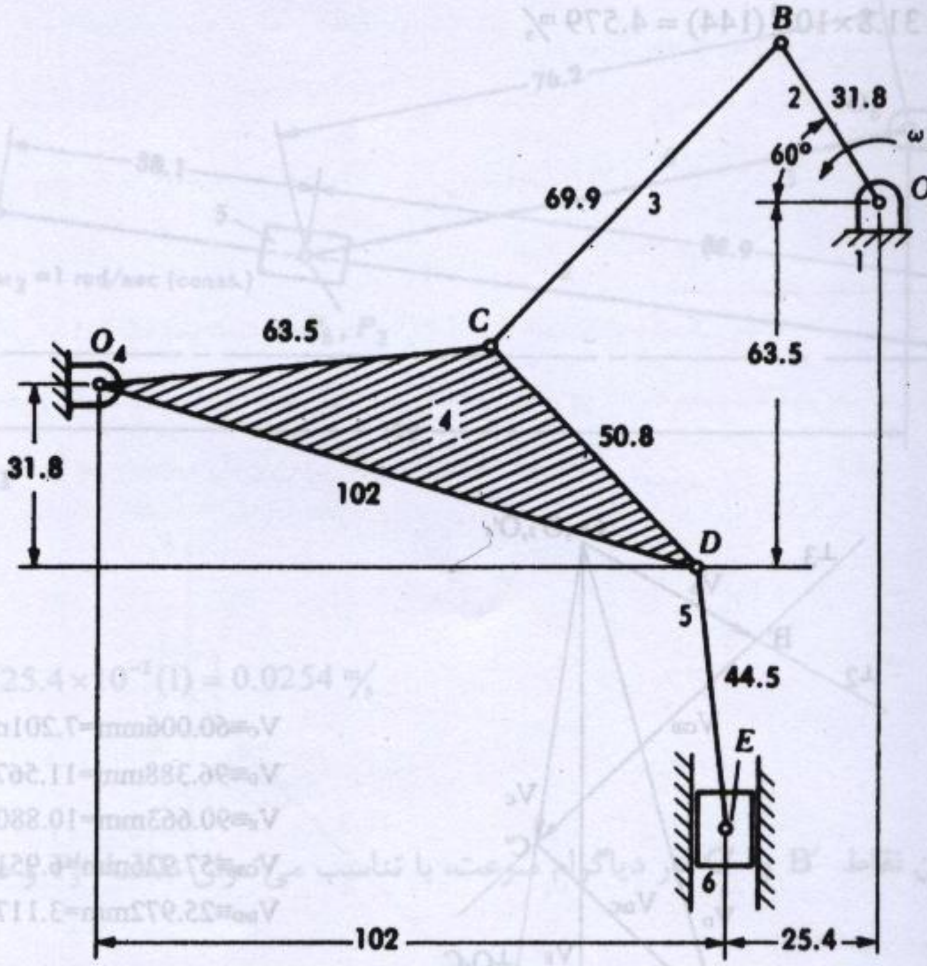
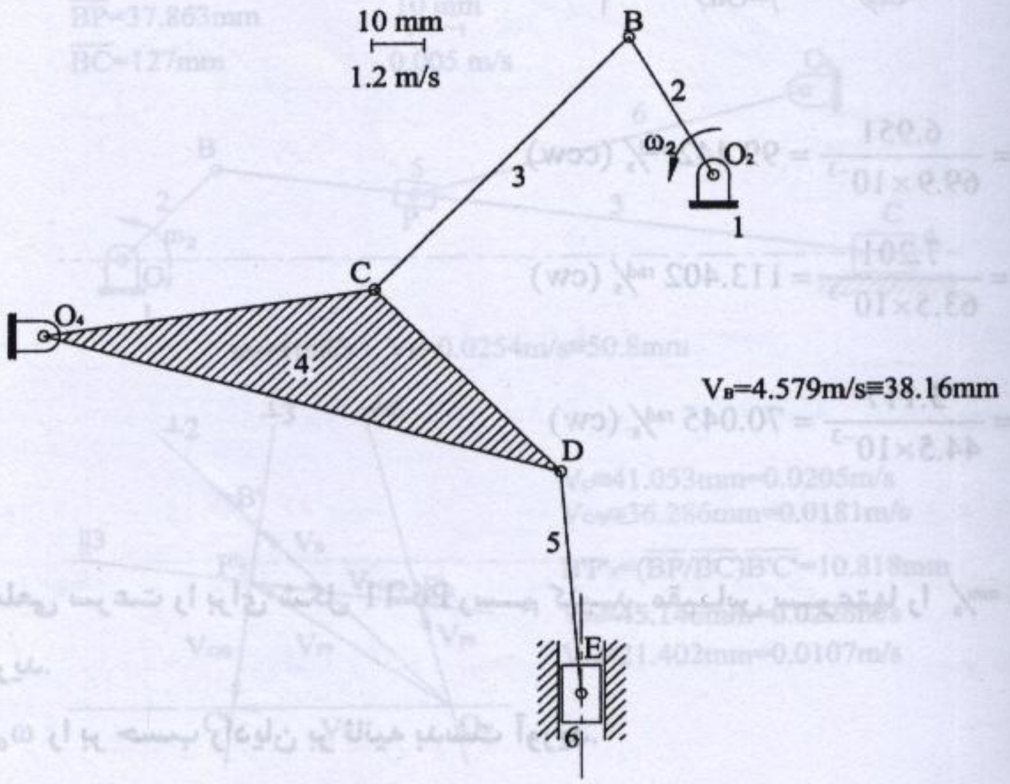


Figure P6-10

حل:



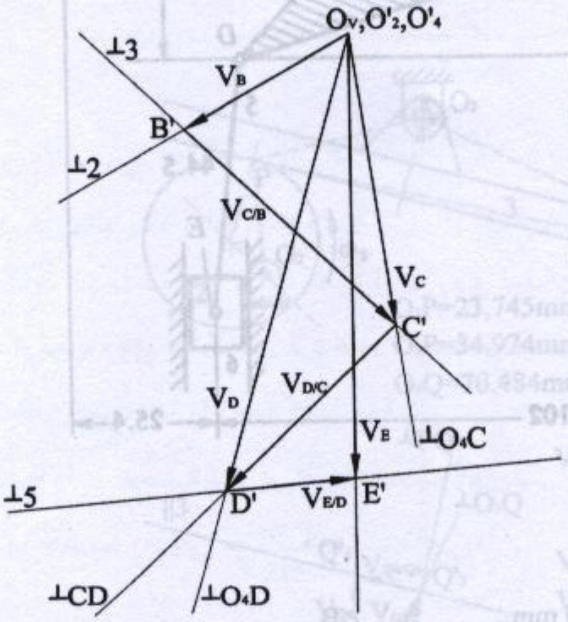
www.collegeprozheh.ir کالج پروژه

سرعت B:
$$V_B = O_2B\omega_2 = 31.8\times10^{-3}(144) = 4.579\ {}^{m}/_{s}$$

سرعت C:
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_C} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_B} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{C/B}}$$

سرعت D:
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_D} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_C} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{D/C}}$$

سرعت E:
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}_E} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}_D} + \overset{\checkmark}{\vec{V}_{E/D}}$$



V_C=60.006mm=7.201m/s
V_D=96.388mm=11.567m/s
V_E=90.663mm=10.880m/s
$V_{C/B}$=57.926mm=6.951m/s
$V_{E/D}$=25.972mm=3.117m/s

$$\omega_3 = \frac{V_{C/B}}{BC} = \frac{6.951}{69.9\times10^{-3}} = 99.442\ {}^{rad}/_{s}\ (ccw)$$

$$\omega_4 = \frac{V_C}{O_4C} = \frac{7.201}{63.5\times10^{-3}} = 113.402\ {}^{rad}/_{s}\ (cw)$$

$$\omega_5 = \frac{V_{E/D}}{ED} = \frac{3.117}{44.5\times10^{-3}} = 70.045\ {}^{rad}/_{s}\ (cw)$$

۶-۱۱) الف) چندضلعی سرعت را برای شکل P6-11 رسم کنید. مقیاس سرعتها را $1\,mm = 0.5\ {}^{mm}/_{s}$ در نظر بگیرید.

ب) ω_3 و ω_6 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

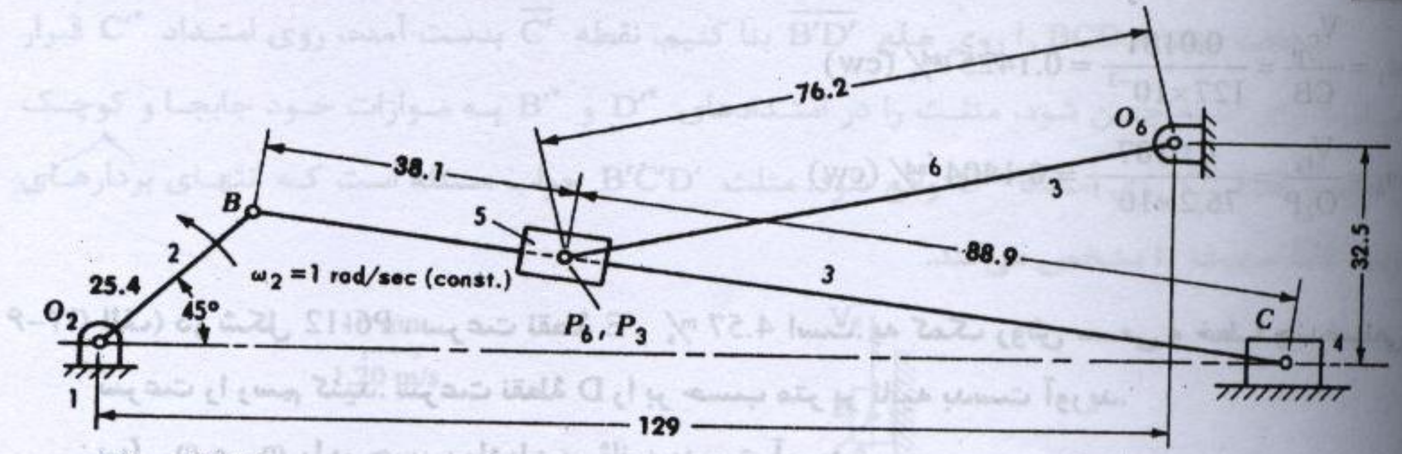


Figure P6-11

حل:

سرعت B:
$$V_B = O_2B\omega_2 = 25.4\times10^{-3}(1) = 0.0254\ {}^{m}\!/\!_{s}$$

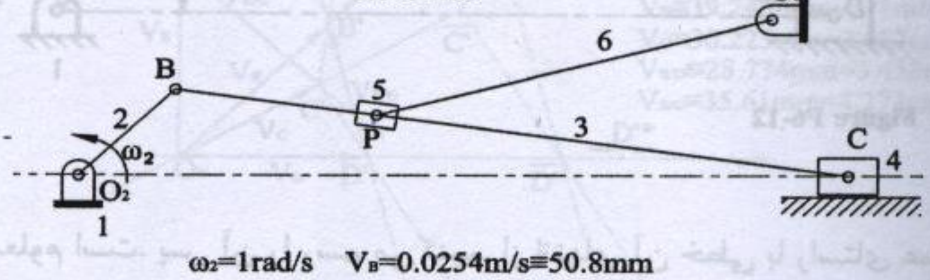
سرعت C:
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}}_C = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}}_B + \overset{\checkmark}{\vec{V}}_{C/B}$$

با معلوم بودن نقاط B' و C' در دیاگرام سرعت، با تناسب می‌توان نقطهٔ P'_3 و در نتیجه سرعت V_{P_3} را تعیین نمود.

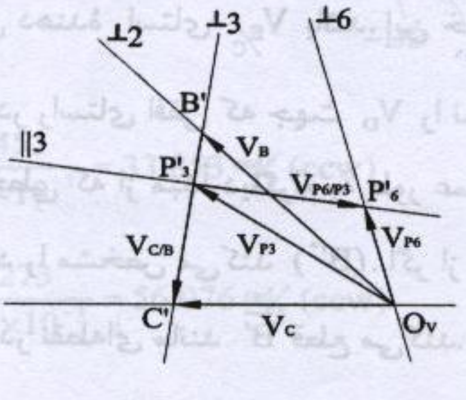
سرعت P_6:
$$\overset{\checkmark}{\vec{V}}_{P_6} = \overset{\checkmark\checkmark}{\vec{V}}_{P_3} + \overset{\checkmark}{\vec{V}}_{P_6/P_3}$$

$\overline{BP}$=37.863mm
$\overline{BC}$=127mm

10 mm
0.005 m/s



ω₂=1rad/s V_B=0.0254m/s=50.8mm



V_C=41.053mm=0.0205m/s
$V_{C/B}$=36.286mm=0.0181m/s

$B'P'_3=(\overline{BP}/\overline{BC})\overline{B'C'}$=10.818mm
V_{P3}=45.146mm=0.0226m/s
V_{P6}=21.402mm=0.0107m/s

www.collegeprozheh.ir كالج پروژه

$$\omega_3 = \frac{V_{C/B}}{CB} = \frac{0.0181}{127\times10^{-3}} = 0.1425 \ {}^{rad}/_{s} \ (cw)$$

$$\omega_6 = \frac{V_{P_6}}{O_6P} = \frac{0.0107}{76.2\times10^{-3}} = 0.1404 \ {}^{rad}/_{s} \ (cw)$$

۶-۱۲) الف) در شکل P6-12 ، سرعت نقطهٔ E ، $4.57 \ {}^{m}/_{s}$ است. به کمک روش سعی و خطا چندضلعی سرعت را رسم کنید. سرعت نقطهٔ D را بر حسب متر بر ثانیه بدست آورید.

ب) ω_3 و ω_5 را بر حسب رادیان بر ثانیه بدست آورید.

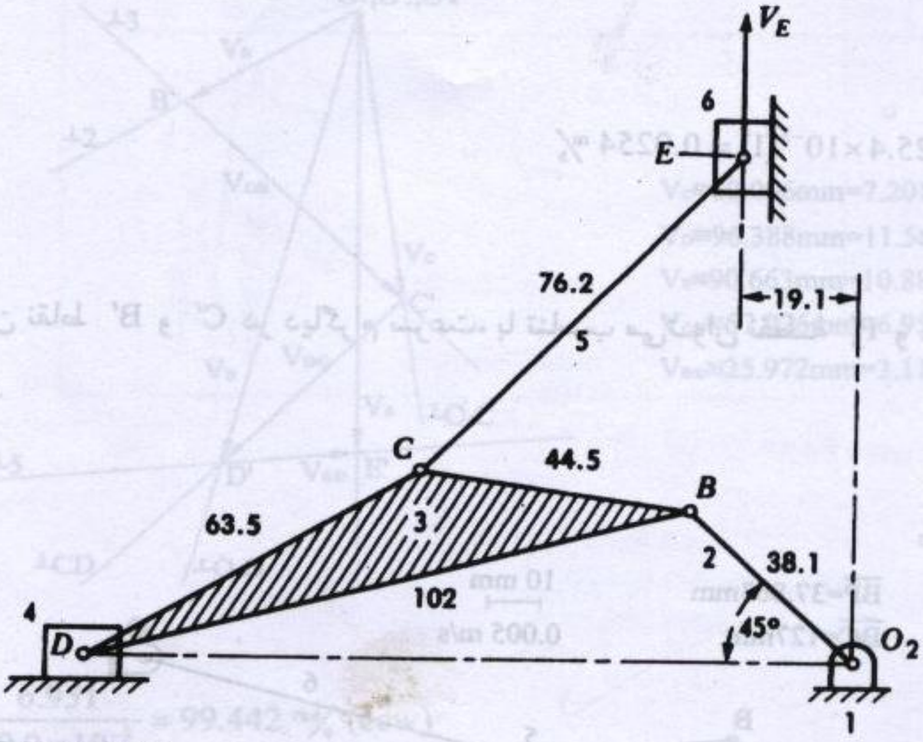


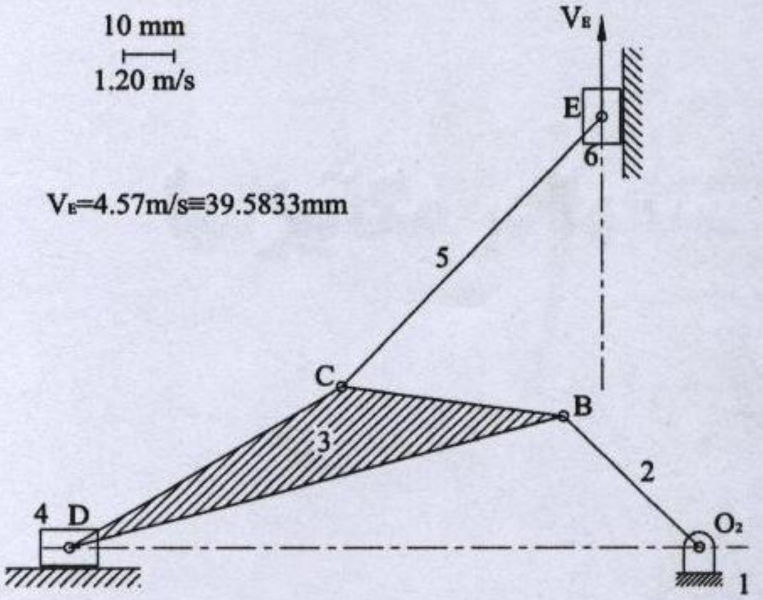
Figure P6-12

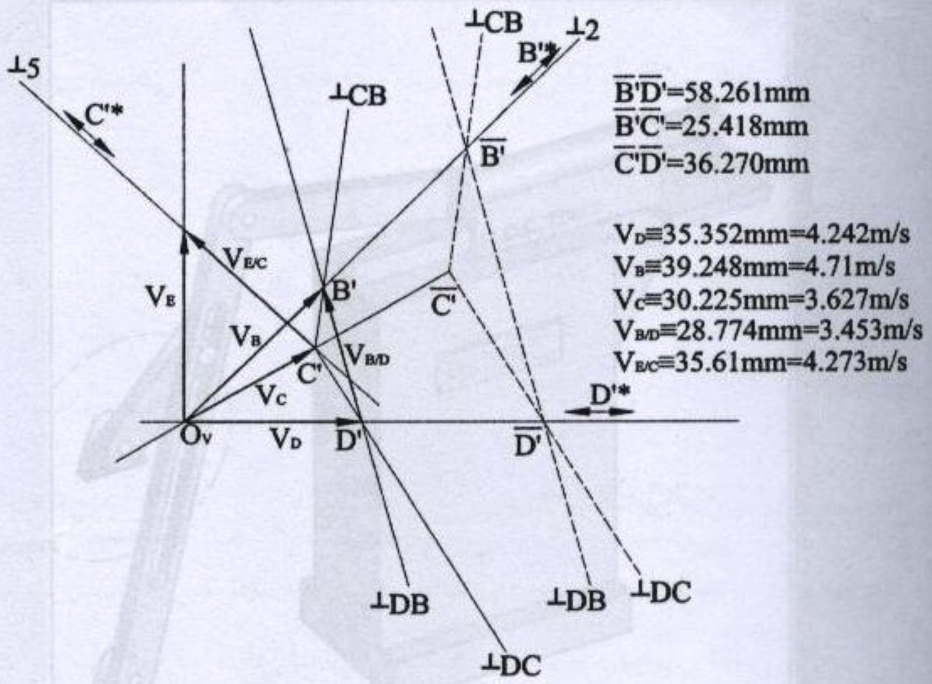
حل:

سرعت V_E معلوم است. پس آن را رسم می‌کنیم. از انتهای آن خطی با راستای عمود بر لینک 5 رسم می‌کنیم تا نشان دهندهٔ راستای $V_{E/C}$ باشد. این خط خطی است که نقطهٔ C' باید روی آن قرار گیرد (امتداد C'^*). اکنون در راستای افقی که جهت V_D را نشان می‌دهد، یک نقطهٔ اختیاری مانند $\overline{D'}$ در نظر می‌گیریم. همچنین خطی که از مبدأ دیاگرام به طور عمود بر لینک 2 رسم می‌شود، امتدادی که نقطهٔ B' باید روی آن قرار گیرد را مشخص می‌کند (B'^*). اگر از نقطهٔ $\overline{D'}$ خطی عمود بر DB رسم شود (راستای $V_{B/D}$) امتداد B'^* را در نقطه‌ای مانند $\overline{B'}$ قطع می‌کند.

www.collegeprozheh.ir
کالج پروژه

اگر مثلث متشابه BCD را روی ضلع $\overline{B'D'}$ بنا کنیم، نقطه $\overline{C'}$ بدست آمده، روی امتداد C'^{*} قرار نمی‌گیرد. برای اینکه چنین شود، مثلث را در امتدادهای D'^{*} و B'^{*} به موازات خود جابجا و کوچک می‌کنیم تا نقطهٔ C' روی امتداد C'^{*} واقع شود. مثلث $B'C'D'$ جواب مسئله است که انتهای بردارهای سرعت نقاط مربوطه را مشخص می‌کند.





$$\omega_3 = \frac{V_{B/D}}{BD} = \frac{3.453}{102\times10^{-3}} = 33.853\ \text{rad/s}\ (\text{ccw})$$

$$\omega_5 = \frac{V_{E/C}}{EC} = \frac{4.273}{76.2\times10^{-3}} = 56.076\ \text{rad/s}\ (\text{ccw})$$